



МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ В ВУЗЕ

В помощь преподавателю хі

1986

ТАРТУСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

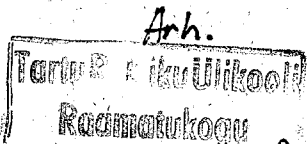
МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ В ВУЗЕ

В помощь преподавателю х1

ТАРТУ 1986

Утверждено на заседании совета физико-химического факультета ТГУ 30 октября 1985

Ответственный редактор Ю.Я. Лембра



KUSTUTATUD

От редактора

3007

В серии "В помощь преподавателю", издаваемой Тартуским университетом с 1976 года, вышло семь методических сборников по физике в следующей хронологической последовательности номеров: IV (1978 г.), V (1980 г.), VI (1982 г.), VII (1982 г.), VIII (1983 г.), IX (1984 г.) и X (1985 г.). Данный сборник по физике является уже вторым сборником, составленным на основе методических разработок, выполненных после VIII конференции преподавателей физики высших учебных заведений Прибалтийской зоны СССР (1983 г.). От предыдущих выпусков данный сборник отличается повышенной долей статей по квантовой физике.

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ В ВУЗЕ.

В помощь преподавателю XI.

на русском языке.

Тартуский государственный университет.

ЭССР, 202400, г.Тарту, ул.Оликооли, 18.

Ответственный редактор Ю. Лембра.

Корректор Л. Оноприенко.

Подписано к печати 27.06.1986.

МВ 03362.

Формат 60x84/16.

Бумага ротаторная.

Машинопись. Ротапринт.

Условно-печатных листов 6,05.

Учетно-издательских листов 5,87. Печатных листов 6,5.

Тираж 200.

Заказ № 607.

Цена 90 коп.

Типография ТГУ, ЭССР, 202400, г.Тарту, ул.Тийги, 78.

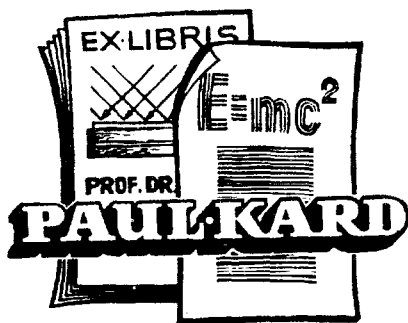
П.Г. Кард

3 сентября 1985 г. на 71-м году жизни скончался известный эстонский физик, член-корр. АН ЭССР, д-р физ.-мат. наук, проф. Пауль Георгиевич Кард.

Его научные достижения по теории анализа и синтеза многослойных пленок получили широкое признание во всем мире. Такие выражения, как "формулы Карда" и "теория просветления Карда" твердо укоренились в учебниках и монографиях по многослойным интерференционным пленкам.

Кроме того, П.Г. Кард достиг замечательных результатов в области методологии физики, где он занимался такими проблемами, как понятие массы и энергии в специальной теории относительности и принципами соответствия и несоответствия в квантовой механике. Эту работу П.Г. Кард сочетал с преподавательской, свидетельством чему являются статьи в нескольких номерах сборника "В помощь преподавателю". Он также неоднократно выступал с докладами на научно-методических конференциях Прибалтийской зоны СССР.

Память о нем сохранится в сердцах тех, кто знал его и работал рядом с ним.



Экслибрис написан тартуским художником А.Киви в 1974 г.

ПРОТИВ ВУЛЬГАРИЗАЦИИ ВТОРОГО ПОСТУЛАТА ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

П.Г. Кард

Целью настоящей статьи является привлечение внимания к нередко встречающемуся неправильному пониманию второго постулата Эйнштейна, что приводит не только к ошибкам даже в простых задачах, но и к обнаружению "ошибок" там, где их нет.

Начнем с двух типичных примеров. Пусть два тела движутся с одной и той же постоянной скоростью V одно за другим вдоль одной и той же прямой линии. Расстояние между ними остается, очевидно, неизменным; обозначим его через ℓ . В некоторый момент одно из тел, скажем, заднее, испускает по направлению к другому (переднему) световой сигнал. Сколько времени потребуется сигналу, чтобы дойти до другого тела? На этот вопрос часто отвечают так: согласно второму постулату теории относительности скорость света c всегда одна и та же независимо от движения источника или приемника света. Следовательно, световой сигнал пройдет расстояние ℓ между телами за время ℓ/c .

Этот ответ неверен. Скорость сигнала действительно равна c и за время ℓ/c сигнал действительно проходит расстояние ℓ . Это — то расстояние, на которое другое тело отстоит от испустившего сигнал тела в момент испускания. Но пройдя это расстояние, сигнал не найдет там другого тела, так как оно за то же время ушло вперед на расстояние $\ell v/c$. Правильный ответ будет $\ell/(c-v)$. Аналогично, если переднее тело испускает световой сигнал по направлению к заднему, то время сигнала в пути будет $\ell/(c+v)$.

Другой пример таков. Пусть два тела движутся с постоянной скоростью V вдоль двух параллельных прямых так, что в любой момент соединяющий их отрезок перпендикулярен их путям. Пусть длина этого отрезка (т.е. расстояние между тела-

ми) равна ℓ . Одно из этих тел испускает световой сигнал к другому телу. Сколько времени идет сигнал? Опять необдуманное применение закона постоянства скорости света приводит к неверному ответу ℓ/c . На самом деле сигнал, чтобы дойти до другого тела, должен быть испущен под острым углом к направлению движения тел, так как, будучи испущен под прямым углом и пройдя за время ℓ/c расстояние ℓ , он не попадает на другое тело, поскольку то ушло за то же время вперед. Угол должен быть равен $\arccos(\sqrt{c})$. Тогда $\ell = ct \sin(\arccos(\frac{v}{c})) = ct \sqrt{1 - v^2/c^2}$, откуда $t = (\ell/c) / \sqrt{1 - v^2/c^2}$.

А. Эйнштейн в своей первой работе [1] по теории относительности выводит преобразования Лоренца способом, в котором используются вышеприведенные формулы для времени прохождения светом того или другого пути. Поэтому вывод Эйнштейна, согласуясь полностью с основными постулатами теории, логически безупречен. В нижеследующем воспроизведем в основных чертах ход его мыслей, приблизив только для удобства чтения его обозначения к принятым в наше время.

Пусть штрихованная инерциальная система движется относительно нештрихованной со скоростью v в направлении оси x , причем координатные оси обеих систем соответственно параллельны, а начала их в начальный момент совпадают. Требуется выразить координаты x', y', z', t' события в штрихованной системе через координаты x, y, z, t того же события в нештрихованной системе. Вместо x -координаты будем в нештрихованной системе временно пользоваться величиной

$$\xi = x - vt, \quad (I)$$

где t — временная координата того же события. Если событием является нахождение какой-либо точки, движущейся в нештрихованной системе со скоростью v (и, следовательно, неподвижной в штрихованной системе), в момент t в точке с координатой x , то ξ , очевидно, не зависит от t . Именно, ξ есть расстояние этой точки штрихованной системы от $(y'z')$ -плоскости, измеренное в нештрихованной системе.

Пусть теперь в нештрихованной системе движется с одной и той же постоянной скоростью v в направлении оси x три те-

ла. Все они в штрихованной системе, понятно, покоятся. Телами являются: источник света, находящийся в начале штрихованной системы, и два зеркала - первое на оси x' , второе на оси y' , оба на расстоянии ℓ от источника, причем это расстояние измерено в нештрихованной системе. По смыслу ξ -координаты она равна для источника света и второго зеркала нулю, а для первого зеркала $\xi = \ell$.

Световой сигнал, испущенный источником в направлении оси x' в момент t'_1 штрихованной системы, отражается от первого зеркала в момент t'_2 и возвращается к источнику в момент t'_3 . Согласно второму постулату

$$\frac{1}{2} (t'_1 + t'_3) = t'_2. \quad (2)$$

Мы имеем здесь дело с тремя событиями, причем временные координаты t'_1 , t'_2 , t'_3 , этих событий в штрихованной системе определенным образом зависят от пространственных и временных координат тех же событий в нештрихованной системе. Каковы эти координаты? Если временную координату первого события обозначим через t , то временная координата второго будет, согласно приведенным в начале статьи рассуждениям $t + \frac{\ell}{c-v}$, а временная координата третьего - $t + \frac{\ell}{c-v} + \frac{\ell}{c+v}$. Из пространственных координат y и z равны нулю, а ξ -координата равна нулю для первого и третьего событий и ℓ для второго. Таким образом, вводя аргументы ξ , y , t , формулу (2) можно переписать в виде

$$\frac{1}{2} \left\{ t'_1(0, 0, t) + t'_3(0, 0, t + \frac{\ell}{c-v} + \frac{\ell}{c+v}) \right\} = t'_2(\ell, 0, t + \frac{\ell}{c-v}). \quad (3)$$

Аналогичную формулу получим, пустив световой сигнал из источника ко второму зеркалу. Перенумеровав три события и испускание сигнала, отражение от зеркала и возвращение сигнала - индексами 1, 2, 3, получим опять формулу вида (2), но аргументы будут иные. Обозначим время первого события через t ; тогда время второго будет $t + \frac{\ell}{\sqrt{c^2 - v^2}}$, а время третьего - $t + \frac{2\ell}{\sqrt{c^2 - v^2}}$. ξ -координата равна нулю для всех трех событий, а y -координата равна нулю для первого и третьего событий и ℓ для второго.

Итак,

$$\frac{1}{2} \left\{ t'_1(0,0,t) + t'_3(0,0,t + \frac{2\ell}{\sqrt{c^2 - v^2}}) \right\} = t'_2(0,\ell,t + \frac{\ell}{\sqrt{c^2 - v^2}}) \quad (4)$$

Оба соотношения - (3) и (4) - выполняются, понятно, относительно тождественно. Примем ℓ бесконечно малым. Тогда формула (3) дает

$$\frac{\partial t'}{\partial x} \cdot \frac{c}{c^2 - v^2} = \frac{\partial t'}{\partial \xi} + \frac{\partial t'}{\partial x} \frac{1}{c - v} \quad (5)$$

а из формулы (4) следует

$$\frac{\partial t'}{\partial x} \cdot \frac{1}{c^2 - v^2} = \frac{\partial t'}{\partial y} + \frac{\partial t'}{\partial x} \cdot \frac{1}{\sqrt{c^2 - v^2}} \quad (6)$$

Упрощая, находим

$$\frac{\partial t'}{\partial \xi} + \frac{v}{c^2 - v^2} \cdot \frac{\partial t'}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

и

$$\frac{\partial t'}{\partial y} = 0 \quad (8)$$

Из последнего уравнения следует, что t' не зависит от y . Ясно, что t' не зависит и от z . Интегрируя уравнение (7) с учетом линейности искомой зависимости t' от ξ и t и обозначая неизвестную пока функцию скорости v через $a(v)$, находим

$$t' = a(v) \left(t - \frac{v}{c^2 - v^2} \xi \right) \quad (9)$$

Это - формула преобразования времени. Чтобы найти формулы преобразования пространственных координат, возьмем световой сигнал, испущенный в начальный момент вдоль оси x' из начала координат. Тогда в штрихованной системе

$$x' = ct' \quad (10)$$

В нештрихованной системе $x = ct$, откуда

$$\xi = (c - v)t \quad (11)$$

Равным образом, если световой сигнал испущен в начальный момент из начала координат вдоль оси y' , то в штрихованной системе

$$y' = ct' , \quad (I2)$$

а в нештрихованной

$$\left. \begin{aligned} y &= \sqrt{c^2 - v^2} t \\ \xi &= 0 \end{aligned} \right\} (I3)$$

Подставляя в формулу (I0) вместо t' выражение (9) и заменяя в нем по формуле (II) $t = \frac{\xi}{c - v}$, находим

$$x' = a(v) \frac{\xi}{1 - v^2/c^2} . \quad (I4)$$

Если же подставим t' из формулы (9) в формулу (I2) и заменим по формуле (I3) $t = \frac{y}{\sqrt{c^2 - v^2}}$ и $\xi = 0$, то получим

$$y' = a(v) \frac{y}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} . \quad (I5)$$

Дальнейший ход мыслей А. Эйнштейна для нашей темы интереса не представляет, и мы его опустим. Отметим только результат:

$$a(v) = \sqrt{1 - v^2/c^2} , \quad (I6)$$

в силу которого формулы (9), (I4) и (I5) с учетом формулы (I) принимают окончательный вид:

$$\left. \begin{aligned} t' &= \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ y' &= y \end{aligned} \right\} (I7)$$

Это и есть преобразование Лоренца (формула $z' = z''$ тривиально подразумевается).

Таков первоначальный вывод Эйнштейна. Он не отличается

простотой, но вполне строг. Тем не менее даже в серьезной литературе встречаются утверждения, будто Эйнштейн применил приближенный, нестрогий, даже просто неудовлетворительный метод. Такие утверждения покоятся на вульгаризованном понимании второго постулата. Так, в [2] Дж. Кесуани упрекает Эйнштейна в том, что он "использует скорости распространения света, равные $c-v$, $c+v$ и $\sqrt{c^2-v^2}$ в явном противоречии со своим собственным вторым постулатом". На самом деле, как мы показали подробно выше, скорость света у Эйнштейна везде равна c , а величины $c-v$, $c+v$ и $\sqrt{c^2-v^2}$ не являются скоростями в обычном смысле. Это - величины, определяющие времена прохождения светом, идущим со скоростью c , определенных расстояний в определенных ситуациях. Например, если свет от движущегося со скоростью v источника доходит до движущегося с той же скоростью и находящегося на расстоянии ℓ зеркала за время $\frac{\ell}{c-v}$, то это не означает, что скорость света была $c-v$, а означает, что свет должен был пройти большее, чем ℓ , расстояние, именно $\frac{\ell}{1-v/c}$. Аналогично обстоит дело и с другими "скоростями" - $c+v$ и $\sqrt{c^2-v^2}$. Впрочем, величины $c-v$, $c+v$ и $\sqrt{c^2-v^2}$ можно считать и скоростями, но только в другом смысле. Так, $c-v$ есть скорость убывания расстояния между световым сигналом и телом, движущимся впереди него в том же направлении. Но такая скорость не есть скорость светового сигнала. Иное дело, если тело покоится. Тогда скорость убывания расстояния приближающегося к нему светового сигнала равна его скорости относительно этого тела.

Так недопонимание второго постулата теории относительно "открывает" мнимые ошибки. О настоящих ошибках, порождаемых вульгаризацией второго постулата, мы здесь говорить не будем. Это - особая тема.

Литература

1. A. Einstein. Zur Elektrodynamik bewegter Körper. - Ann. Phys., 1905, 17, 891-921 (рус. пер. в кн.: Альберт Эйнштейн. Собр. науч. трудов I. - М.: Наука, 1965, с. 7-35).

2. G.H. Keswani. Origin and concept of relativity. - Brit. J. Philos. Sci., 1965, 15, 286-306; 16, 19-32 (рус. пер. в кн.: Принцип относительности. - М.: Атомиздат, 1973, с. 244-270).

К ДИСКУССИИ О СИЛАХ ИНЕРЦИИ

З.Н. Бихеле, Г.А. Бихеле

На протяжении всей истории становления и развития классической механики возникали дискуссии о силах инерции.

Как известно, в инерциальной системе отсчета (ИСО) движение материальной точки массой m под действием приложенных к ней "физических сил" \vec{F}_i определяется вторым законом Ньютона

$$m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i, \quad (1)$$

где \vec{a} - ускорение частицы в этой координатной системе.

Движение этой же материальной точки в неинерциальной системе отсчета (НСО) происходит с ускорением $\vec{a}_n \neq \vec{a}$ и, следовательно, второй закон Ньютона в ней не справедлив

$$m\vec{a}_n \neq \sum_i \vec{F}_i. \quad (2)$$

Однако зная, что ускорения \vec{a} и \vec{a}_n связаны между собой условием

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_e + \vec{a}_c, \quad (3)$$

где \vec{a}_e - переносное и \vec{a}_c - кориолисово ускорение точки, мы можем уравнение, определяющее движение материальной точки в НСО, представить в форме

$$m\vec{a}_n = \sum_i \vec{F}_i + (-m\vec{a}_e) + (-m\vec{a}_c). \quad (4)$$

Это позволяет два последние члена, входящие в правую

часть этого уравнения, трактовать как силу

$$\vec{S} = -m\vec{a}_e - m\vec{a}_c \quad (5)$$

называемую "эйлеровой силой инерции". В отличие от нее, величину

$$\vec{D} = -m\vec{a} \quad (6)$$

называют "даламберовой силой инерции". Она обусловлена ускоренным движением точки относительно ИСО.

На вопросы о том, какова природа этих сил, каким образом понятия о них согласовать с основными положениями механики и современными воззрениями физики, пока еще нет однозначного ответа.

Одни утверждают, что таких сил в природе вообще нет, что они фиктивны и вводятся лишь для удобства, или как дань установившейся традиции. Так, академик А.Д. Ишлинский пишет [1]: "Силы инерции не являются силами физическими и в этом смысле нереальны. Введение таких сил чисто условное, хотя в ряде случаев оно оказывается удобным для решения и пояснения отдельных задач и явлений механики."

Другие [2] рассматривают их как реальные силы, действующие на тело при его ускоренном движении относительно "звездного мира" — ИСО.

Наконец, третьи [3] считают их реальными лишь при движении относительно НСО, характер движения которой и определяет эти силы.

Какова же вкратце история зарождения и развития этого понятия?

К началу XVIII в. силой инерции называли свойство тела сохранять (при отсутствии механического воздействия на него других тел) состояние покоя или равномерного прямолинейного движения. Начало этому положил Ньютон. В своих "Математических началах натуральной философии" [4] он ввел в механику термин "сила инерции", понимая под этим "врожденную силу материи", которая "проявляется телом единственно лишь когда другая сила, к нему приложенная, производит изменение в его состоянии". Он отмечает далее, что "эта сила всегда пропор-

циональна массе и если отличается от инерции массы, то разве только воззрением на нее".

Здесь под силой инерции Ньютон, по-видимому, понимает не особую силу в современном понимании этого слова, а свойство инертности, присущее всем телам. Используемый им термин "сила" объясняется, видимо, тем, что во времена Ньютона понятие "сила" еще недостаточно выкристаллизовалось и использовалось в различных смыслах. Все же создается впечатление, что некоторая двойственность данного Ньютоном определения (сила и не сила) может быть обусловлена и тем, что в ряде случаев инертность тела воспринимается и ощущается нами как проявление действия силы. Это несколько туманно высказанное Ньютоном определение породило различные его толкования. Однако в дальнейшем, главным образом под влиянием критических замечаний Эйлера, термин "сила инерции" в ньютоновском смысле почти не использовался.

Он возродился уже совсем в другом смысле, в другую историческую эпоху – в первой половине XIX в., в трудах преподавателей французской школы индустриальной механики (Ж.В. Понселе). Под силой инерции – $m\vec{a}$, движущегося с ускорением \vec{a} тела массой m , они понимали реальную силу противодействия этого тела, приложенную к ускоряющему его телу. Такой силой, например, является введенная Гюйгенсом центробежная сила, с которой вращающийся шарик действует на нить, к которой он прикреплен.

Однако подобный взгляд на силы инерции был также в основном оставлен, хотя иногда он все же используется и в настоящее время.

В дальнейшем под силой инерции стали подразумевать (в основном физики) силы, которые надо учитывать при рассмотрении движения материальных объектов в НСО, т.е. эйлеровы силы инерции.

В инженерной же практике силами инерции начали называть силы – $m\vec{a}$ которые, согласно принципу Даламбера, надо условно приложить к частицам рассматриваемой системы, чтобы задачу динамики свести к задаче статики. Постепенно эти силы все чаще стали трактовать как силы, фактически действующие на частицы системы. Ввиду широкого использования принципа

Даламбера эта точка зрения на силы инерции укоренилась в изложениях инженерных дисциплин.

Возникает вопрос, каково же положение с силами инерции в настоящее время. Они широко используются в повседневной жизни, в науке и в технике, при объяснении различных эффектов, в особенности возникающих при вращении тел, при рассмотрении принципа работы центрифуг, явлений невесомости, движения воздушных и водных масс относительно поверхности Земли, в расчетах механизмов и машин. При этом в понятие "сила инерции" часто вкладывается совершенно различный смысл.

В Советском Союзе наиболее резкие формы дискуссия о силах инерции приняла сперва в 1936 году, когда в рецензии на книгу академика Л.Б. Левенсона "Статика и динамика машин" было указано, что силы инерции трактуются в ней неверно — как силы, фактически действующие на ускоренно движущиеся звенья машин. Здесь интересно отметить реакцию Л.Б. Левенсона на эту критику, поскольку высказанные им при этом взгляды не потеряли актуальности и в наше время. Он писал [5]: "В вопросе о силах инерции существует не только полная неувязка между теорией и практикой, но налицо и принципиальный спор: техники давно уже ведут расчеты машин, учитывая реальность действия сил инерции; тысячи машин строятся и работают на основе таких расчетов, а "теоретики", упорно не считаясь с фактами, по-прежнему настаивают на "нереальности" сил инерции, утверждают, что эти силы "вовсе не существуют", что они "воображаемые", что силы инерции — "условный геометрический вектор", вводимый лишь "для удобства расчета", что это "чисто математическая фикция" и т.п."

Однако в этой дискуссии, перенесенной затем на страницы философского журнала "Под знаменем марксизма", так и не было достигнуто единой точки зрения на эту проблему.

Последнее время вопрос о силах инерции вновь стал объектом горячих споров. На эту тему вышла книга А.Ю. Ишлинского [1], профессора Н.Б. Гулия [6], отстаивающих одну точку зрения, и ряд статей и выступлений академика Л.И. Седова [2, 7, 8], придерживающегося иных взглядов.

Рассмотрим теперь несколько подробнее высказываемые различными учеными взгляды на силы инерции.

Видимо, большинство из них считает, что даламберовы силы инерции нельзя рассматривать как реальные физические силы, действующие на само тело, поскольку они не удовлетворяют ни определению силы в ньютоновской механике, как меры механического воздействия одного тела на другое, ни ее основным законам.

Что касается эйлеровых сил инерции, то здесь существуют различные точки зрения на природу этих сил.

Многие считают, что и эйлеровы силы инерции не являются реальными физическими силами, т.к. не подчиняются третьему закону Ньютона и определяются движением ИСО и, следовательно, будут различны в движущихся относительно друг друга системах отсчета. Так, в "Берклиевском курсе физики" и в "Фейнмановских лекциях по физике" их называют фиктивными и псевдосилами. И.В. Савельев в своем курсе физики пишет: "Силы инерции обусловлены свойствами той системы координат, в которой рассматриваются механические явления. В этом смысле их можно назвать "фиктивными" силами." По мнению А.Д. Иллина, эйлеровы силы инерции "не отражают взаимодействия данной материальной точки с какими-либо другими телами".

Однако эти утверждения оспариваются рядом ученых [9], признающих реальность сил инерции, но только в ИСО. Так, академик В.Н. Бржев пишет [3]: "Силы инерции существуют только в относительном движении: в абсолютном их нет и быть не может." Подтверждение своей точки зрения они видят в том, что в ИСО эти силы сообщают частицам ускорения, совершают работу, вызывают деформацию тел, и приборы, установленные в этой системе, регистрируют их наличие.

Поскольку силы инерции, как и силы тяготения, являются массовыми силами, то может оказаться вообще невозможным разделить их и определить, в какой мере наблюдаемое ускорение тел вызвано силами тяготения, а в какой – силами инерции. С этой точки зрения силы инерции настолько же реальны, как и силы тяготения.

Источником возникновения сил инерции многие считают весь окружающий нас "звездный мир", относительно которого и фиксируется инерциальность или неинерциальность системы отсчета. Все эти вопросы имеют истоком так называемый принцип Ма-

ха, который полагал, что массы тел, а следовательно, и их инерция, связаны и определяются всей "сферой неподвижных звезд", движением относительно которой и обусловлены силы инерции.

Еще Максвелл утверждал, что звездный мир — это не бумажные фонарики, развешенные на небосклоне, а колоссальные массы.

Г. Бонди в [10] указывает: "Вселенная неявно участвует в любом физическом эксперименте, поскольку в любом физическом эксперименте проявляются инертные свойства тел."

Интересна идея [11], согласно которой действие сил инерции на частицу можно объяснить ее взаимодействием с собственным гравитационным полем в процессе изменения поля при ускоренном движении частицы, фиксируемом относительно этого поля на достаточно большом удалении от нее.

Остановимся теперь на взглядах Л.И. Седова [2, 7, 8], которые во многом отличаются от вышеизложенных.

Второй закон Ньютона он представляет в форме равенства

$$-m\vec{a} + \sum_i \vec{F}_i = 0, \quad (7)$$

в котором сила инерции материальной частицы $-m\vec{a}$ присутствует, с его точки зрения, на равных началах с другими, считающимися реальными силами. Он утверждает [2]: "Силы инерции физически реальны, они существуют, их можно измерить, они оказывают физические и биологические эффекты и по своей природе не отличаются от гравитационных сил и приложены так же, как и сила тяготения, к ускоренно движущимся телам."

Во всех статьях Л.И. Седов подчеркивает, что силы инерции приложены к самим телам и "балансируют" с другими действующими на них силами. Действие сил инерции, по его мнению, проявляется как в ИСО, так и в НСО.

Если обычно при рассмотрении движения частиц в НСО под силой инерции понимают силу \vec{f} (см(5)), которая будет различной в разных движущихся относительно друг друга системах координат, то, согласно взглядам Л.И. Седова, силы инерции во всех координатных системах одинаковы и определяются силой инерции Даламбера, т.е.

$$- m \vec{a}_r - m \vec{a}_e - m \vec{a}_c = - m \vec{a} \quad (8)$$

По его словам [7]: "Силы инерции, входящие во все уравнения, равняются всегда суммарной силе инерции", и далее: "утверждение, что силы инерции якобы зависят от выбора неинерциальных переносных систем координат, не верно". Уравнение движения материальной точки в ИСО он пишет, соответственно, в следующей форме

$$- m \vec{a}_r - m \vec{a}_e - m \vec{a}_c + \sum_i \vec{F}_i = 0 \quad (9)$$

Л.И. Седов считает, что источником как сил инерции, так и сил тяготения является гравитационное поле и свойства физического пространства. Силы противодействия силам инерции, по его мнению, можно считать приложенными к точкам зафиксированного евклидова пространства как физического поля или к системе "неподвижных звезд", входящих в определение ИСО. При этом, поскольку "в ньютоновской механике физическое пространство считается солидным объектом, подобным телу с бесконечной массой, и поэтому, несмотря на действие на него сил противодействия силам инерции, его свойства остаются, согласно основным постулатам, зафиксированными" [2].

Сопоставим теперь точки зрения А.Ю. Ишлинского и Л.И. Седова на силы инерции в следующем рассматриваемом ими примере.

Речь идет о причине разрушения маховика при увеличении скорости его вращения выше некоторого предела. Предполагается, что маховик вращается равномерно и на него не действуют никакие внешние силы.

С точки зрения А.Ю. Ишлинского (совпадающей с общепринятой) на частицы маховика должны действовать центробежные силы. Они представляют собой равнодействующие сил взаимодействия этих частиц с другими частями маховика, привлекающими к ним. Движение маховика как целого возможно лишь в том случае, если напряжения, соответствующие этим силам, будут удовлетворять условиям прочности маховика. В противном случае маховик разорвется.

Л.И. Седов дает другое объяснение этому явлению. Он считает, что в процессе вращения маховика центробежные силы инерции, приложенные к рассматриваемым элементам маховика, будут растягивать его по радиусам, что вызовет в нем внутренние растягивающие напряжения. Эти внутренние напряжения "балансируются" с центробежными силами, но при достаточно большой скорости вращения маховика он может разорваться.

Таким образом, согласно А.Ю. Ишлинскому, на частицы равномерно вращающегося маховика действуют неуравновешенные центростремительные силы. Разрыв маховика происходит в случае, когда молекулярные силы сцепления между частицами маховика будут недостаточными для того, чтобы удержать его вращающиеся массы на постоянном расстоянии от оси вращения.

С точки зрения Л.И. Седова, на частицы вращающегося маховика действует уравновешенная система сил, и разрыв его происходит тогда, когда величина центробежной силы инерции превысит максимально допустимое напряжение в материале маховика.

Как видим, пока еще нет общепризнанного подхода к пониманию природы сил инерции и их трактовке. Возможно, что окончательные ответы на эти вопросы мы получим лишь на базе современных и будущих достижений физики, теории гравитации и космогонии.

Литература

1. Ишлинский А.Ю. Механика относительного движения и силы инерции. - М.: Наука, 1981.
2. Седов Л.И. Заметки к некоторым основаниям естествознания. - В кн.: Проблемы современной механики. М.: Изд-во МГУ, 1983.
3. Дрьев Б.Н. Опыт новой формулировки основных законов механики Ньютона. - М.: Изд-во АН СССР, 1952.
4. Ньютон И. Математические начала натуральной философии. Спб., 1915.

5. Боголюбов А.Н. История механики машин. - Киев: Наукова думка, 1964.
6. Гулия Н.В. Инерция. - М.: Наука, 1982.
7. Седов Л.И. Очерки, связанные с основами механики и физики. - М.: Знание, 1983.
8. Седов Л.И. Научные теории, модели и реальность. - Природа, 1984, № II.
9. Хайкин С.Э. Силы тяготения и невесомость. - М.: Наука, 1984.
10. Бонди Г. Гипотезы и мифы физической теории. - М.: Мир, 1972.
11. Смородинский Я.Я. Тяготение. - М.: Знание, 1975.

О ТЕМПЕРАТУРНОМ КОЭФФИЦИЕНТЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ

К.Я. Шульте

Сущность определения температурного коэффициента сопротивления в учебниках и справочной литературе [1, 2, 3, 4, 5] недостаточно раскрыта, вследствие чего при вычислении сопротивления возникают недоразумения и ошибки.

Удельное сопротивление проводника ρ_t при температуре t вычисляется по формуле

$$\rho_t = \rho_{t_0} [1 + \alpha_{t_0}(t - t_0)], \quad (1)$$

где ρ_t - удельное сопротивление при температуре t , t_0 - температура, при которой определяется ρ_{t_0} , α_{t_0} - температурный коэффициент, определенный при температуре t_0 . Обычно температура определения $t_0 = 0^\circ\text{C}$ или $t_0 = 20^\circ\text{C}$.

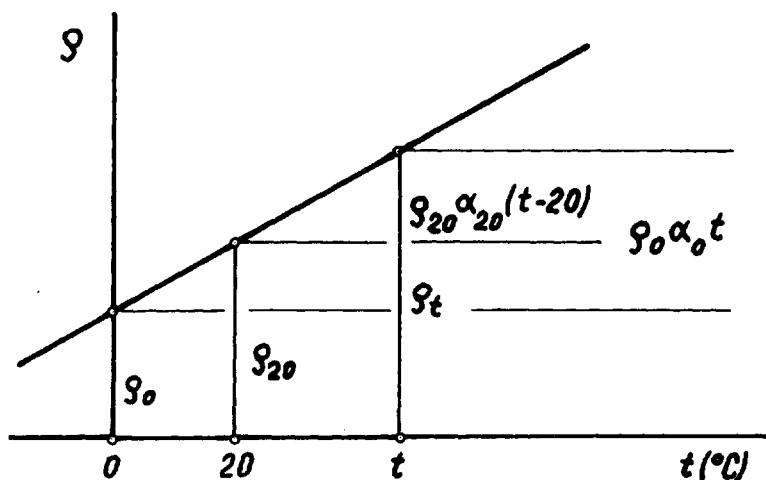
Температурный коэффициент вычисляется по формуле

$$\alpha_{t_0} = \frac{\rho_t - \rho_{t_0}}{\rho_{t_0}(t - t_0)} = \frac{\Delta \rho}{\rho_{t_0} \Delta t}. \quad (2)$$

Как видно, температурный коэффициент сопротивления равен относительному изменению удельного сопротивления на один

кельвин, где приращение принято относительно удельного сопротивления, которое определяется при температуре t_0 .

В справочниках удельные сопротивления и температурные коэффициенты даны в таблицах. Например, в физической энциклопедии [1] даны удельные сопротивления ρ при 0°C и температурные коэффициенты α , причем отмечено, что α можно считать постоянной в пределах температур от 0°C до 100°C . Последнее следует понимать так, что α определен при температуре 0°C , причем в пределах температур от 0°C до 100°C зависимость удельного сопротивления от температуры является прямой. Коэффициент α все-таки зависит от того, каким было удельное сопротивление при определении α . Таким образом, всегда надо фиксировать температуру, при которой определили α (рис. 1).



На рисунке видно, что удельное сопротивление при температуре t

$$\rho_t = \rho_0 (1 + \alpha_0 t) = \rho_{20} [1 + \alpha_{20} (t - 20)],$$

откуда температурный коэффициент при 20°C

$$\alpha_{20} = \frac{\alpha_0}{1 + 20 \alpha_0} \quad (3)$$

или при произвольной температуре t .

$$\alpha_t = \frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0 t},$$

где α_0 — температурный коэффициент при 0°C .

В этих расчетах предполагается, что зависимость удельного сопротивления линейная.

Для примера возьмем задачу № 767 из задачника для средних школ [3]. При 20°C сопротивление медной обмотки электромагнита $R_{20} = 2,0$ Ом. После длительной работы электромагнита сопротивление стало равно $R_t = 2,4$ Ом. До какой температуры нагрелась обмотка?

В табл. 8 этой книги приведено ρ при 20°C , а для температурных коэффициентов температура не дана. Приходится делать вывод, что и α определено при температуре 20°C . В таком случае, применяя формулу (I), получим, что изменение температуры

$$\Delta t = \frac{R_t - R_{20}}{\alpha_{20} R_{20}} \approx 50 \text{ K}$$

и температура обмотки $t = t_0 + \Delta t = 20^\circ\text{C} + 50^\circ\text{C} = 70^\circ\text{C}$.

Если предположим, что α определено при температуре 0°C , тогда

$$R_t = \frac{R_{20}}{1 + 20 \alpha_0} (1 + \alpha_0 t),$$

откуда температура обмотки $t = 74^\circ\text{C}$. Такой ответ дан и в учебнике.

В физической энциклопедии при 0°C $\alpha_0 = 0,00043 \text{ K}^{-1}$, что дает по формуле (3) при 20°C $\alpha_{20} = 0,00396 \text{ K}^{-1} \approx 4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. Тогда верным будет ответ $t = 70^\circ\text{C}$.

На основе вышесказанного можно сделать следующее заключение:

I. Часто в литературе и учебниках не фиксируются условия определения температурного коэффициента, что вызывает недоумения и ошибки в расчетах.

2. Используется неправильная формула $\rho_2 = \rho_1(1 + \alpha \Delta t)$, где α имеет постоянное значение, независимо от температуры и от ρ_1 .

3. В таблицах всегда надо отмечать температуру определения ρ и α .

4. Подобное рассуждение имеет место для всех аналогичных законов.

Литература

1. Физический энциклопедический словарь. - М.: Советская энциклопедия, 1960.
2. Eesti nõukogude entsüklopeedia. - Tallinn: Valgus, 1975.
3. Рыкевич А.П., Рыкевич П.А. Сборник задач по физике. - М.: Просвещение, 1980.
4. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. - М.: Наука, 1976.
5. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Сборник задач по физике. - М.: Высшая школа, 1981.

О ПОНЯТИИ НАПРЯЖЕНИЯ НА УЧАСТКЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ В КУРСЕ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

А.А. Гаврилов, П.Л. Куик

В процессе учебы студентам технических специальностей иногда приходится сталкиваться со следующими фактами. Некоторые понятия, знакомые им по курсу общей физики и имеющие в нем вполне однозначные определения, в курсах технических специальностей подменяются другими - с физической точки зрения не синонимами. Встречается также, что различным физическим понятиям придают однозначное толкование. Не будем вдаваться в причины такой подмены и упрощений. В любом случае

подобные факты представляют для студентов дополнительные трудности в процессе учебы.

В качестве примера рассмотрим понятие напряжения на участке электрической цепи. В новой программе курса физики для инженерно-технических специальностей высших учебных заведений (1982 г.) специально указывается на необходимость четкого разграничения таких понятий, как разность потенциалов ($\varphi_1 - \varphi_2$), электродвижущая сила (\mathcal{E}) и электрическое напряжение (U). Согласно этому разграничению [1, 2], напряжение на данном участке 1-2 определяется как физическая величина, численно равная работе, совершаемой электростатическими (кулоновскими) и сторонними силами при перемещении вдоль цепи из точки 1 в точку 2 единичного положительного заряда. Если при перемещении заряда q вдоль этой цепи совершена работа A_{12} , то напряжение U_{12} равно:

$$U_{12} = \frac{A_{12}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}, \quad (I)$$

где \mathcal{E}_{12} - электродвижущая сила (ЭДС), действующая на участке.

Прежде всего отметим, что студенты сначала знакомятся с понятием потенциала (разности потенциалов), который является энергетической характеристикой электрического поля и представляет собой отношение потенциальной энергии заряда W к величине этого заряда q . Термин же "напряжение" является производной величиной от хода потенциала по участку цепи. В выражении (I) член \mathcal{E}_{12} численно равен работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда по областям с возрастающим потенциалом, а $(\varphi_1 - \varphi_2)$ равен суммарной работе кулоновских сил на всем участке. В областях с возрастающим потенциалом $(\varphi_1 - \varphi_2)$ отрицательна и сокращается с \mathcal{E}_{12} (работа сторонних сил производится против сил кулоновского поля). Поэтому напряжение U_{12} на участке цепи можно выразить через потенциалы точек всего участка следующим образом:

$$U_{12} = - \int_1^2 d\varphi \quad \left| \frac{d\varphi}{dt} < 0 \right. \quad (2)$$

Интеграл здесь берется по областям участка цепи, где потенциал падает. Отметим, что полученное выражение (2) можно доказать и более строго [3].

Таким образом, термин "напряжение" означает не что иное, как сумму падений потенциала на участке цепи или "сумму разностей потенциалов по областям с падающим потенциалом". Поясним это на простом примере. Пусть ход потенциала на участке I-2 представляется следующим образом (см. рис. I). Тогда для данного случая напряжение U_{12} на участке цепи равно:

$$U_{12} = (\varphi_3 - \varphi_4) + (\varphi_5 - \varphi_2).$$

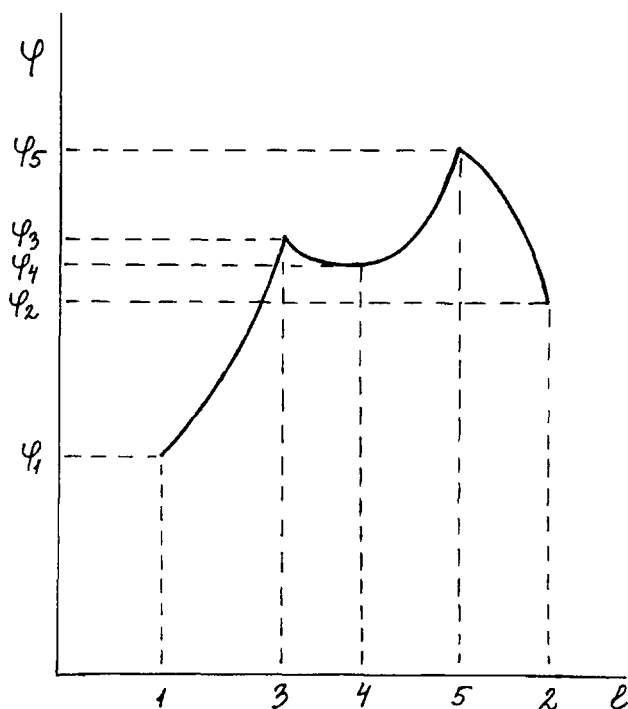


Рис. I. График потенциала.

Чтобы вычислить напряжение на участке 1-2 мы должны знать ход потенциала на этом участке. Конечно, ясно, что для частного случая участков цепи, не содержащих областей с возрастающим потенциалом (не содержащих ЭДС), сумма падений потенциала (величина напряжения) численно будет равна разности потенциалов на концах участка. Тем не менее, в общем случае термин "напряжение" относится ко всему участку в целом, а не к двум точкам концов участка, как разность потенциалов.

В технике же часто понятия "напряжение" и "разность потенциалов" просто отождествляются. Например, иногда приходится слышать следующее: ... измерим напряжение между двумя точками 1-2 цепи... Возьмем простую электрическую цепь (см. рис. 2). Ясно, что по отношению к верхнему участку цепи, напряжение будет выражаться как:

$$U'_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_1$$

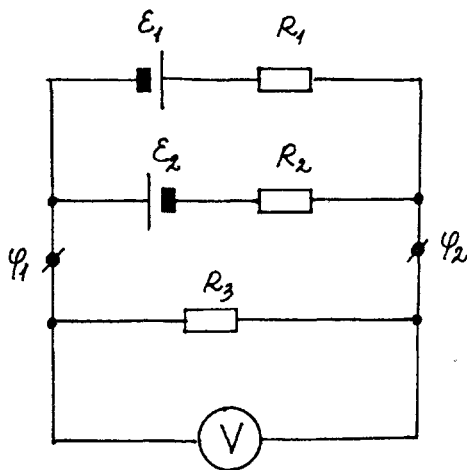


Рис. 2. Электрическая цепь.

По отношению к среднему участку напряжение будет:

$$U''_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_2,$$

а по отношению к двум нижним:

$$U'''_{12} = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Таким образом, по отношению к двум точкам напряжение однозначно не определено. Оно определено по отношению к конкретному участку. Соответственно мы можем определить не напряжение между точками 1-2, а разность потенциалов между ними (которая численно равна напряжению, действующему на нижних участках электрической цепи, не содержащих ЭДС).

Можно привести еще аналогичные примеры. Приходится иногда читать, что: ... напряжение на концах разомкнутого источника тока численно равно ЭДС источника... Напряжение же на участке такой системы равно нулю, а ЭДС с точностью до знака совпадает с разностью потенциалов на клеммах источника. Или, допустим, имеется электрическая сеть, содержащая источник постоянного тока и клеммы, посредством которых мы можем присоединять к сети потребитель электроэнергии (см. рис. 3). Что имеется в виду, когда говорится: ... напряжение в сети равно 110 В ...? Разность потенциалов на клеммах при включенном потребителе? Но она при $\xi = const$ непостоянна и зависит от величины нагрузки. Напряжение же в сети (на участке, содержащем источник тока с его внутренним сопротивлением) при отключенном потребителе вообще равно нулю. А вот напряжение на замкнутом контуре (потребитель включен) действительно постоянно и равно просто ЭДС источника тока. Таким образом, говоря в данном случае о постоянной характеристике электрической сети, по-видимому, было бы вернее выразиться следующим образом: ... электродвижущая сила сети равна 110 В.

Все эти противоречия возникают из-за смешения таких понятий, как "электродвижущая сила", "напряжение" и "разность потенциалов". В технике приходится встречать еще и четвертый термин - "падение напряжения". Это уже совершенно запутывает дело, поскольку является синонимом понятия "напряжение".

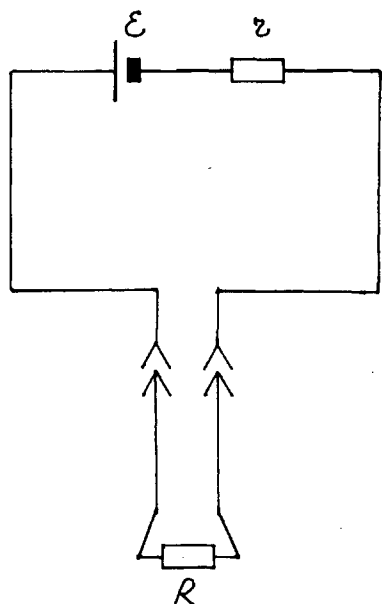


Рис. 3. Электрическая цепь.

На примере рассмотренного вопроса в заключение можно сказать следующее. При встрече на лекциях физики с определениями или понятиями, которые в соответствующих технических дисциплинах подменяются другими или смешиваются, необходимо заострять на этом внимание слушателей, что позволит им в дальнейшем избежать излишней работы. Естественно, что при этом нужно учитывать будущую специальность студентов.

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. - М.: Наука, 1978, т. 2. - 480 с.
2. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. - М.: Наука, 1979. - 942 с.
3. Гаврилов А.А., Куки П.Л. О несогласованности некоторых понятий в курсах общей физики и технических дисциплин. - Деп. научн. раб. ВИНТИ, 1985, № 5, с. 195.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ГАЗОВОЙ СРЕДЫ ПРИ ПОМОЩИ ИНТЕРФЕРОМЕТРА МАЙКЕЛЬСОНА

М.Р. Лаан, П.П. Парис

Интерферометр Майкельсона играл большую роль в истории физики (попытки измерения скорости эфирного ветра, имевшие большое значение при создании теорий относительности, первые в истории измерения диаметра звезд и т.д.). С другой стороны, принцип действия интерферометра прост и с его помощью легко осуществить типовые картины двухлучевой интерференции, т.е. полосы равной толщины и полосы равного наклона.

По вышеуказанным причинам необходимо включить в состав общего практикума по оптике ознакомление с интерферометром Майкельсона. Проблемой является цель работы, выполняемой при помощи интерферометра. Определение длины волны – задача тривиальная и, кроме того, имеющиеся в нашем распоряжении интерферометры не позволяют измерять длину волны с необходимой точностью. Общее ознакомление с прибором дает мало, ибо у преподавателя нет возможности проверить качество выполнения работы, а у студентов не возникает представления о возможностях применения прибора в физическом эксперименте. В случае каждой задачи должны существовать определенные критерии, на основе которых преподаватель может судить о корректности измерений и правильности обработки результатов.

Предложенная в книге Ивероновой [1] задача определения разности длин волн между близкими линиями поставлена у нас и ее можно использовать для слабо успевающих студентов.

Для более способных предлагаем задачу на определение температурного поля вокруг нагретой проволоки. В этой работе студенты измеряют такую зависимость, которая хорошо им известна из теоретического курса. Проблема измерения температурного поля соответствует современному применению интерферометров [2, 3] и дает возможность обработки результатов эксперимента на ЭВМ.

Первая часть работы - юстировка интерферометра, получение полос равного наклона и равной толщины - традиционна. Эта часть работы выполняется с помощью ртутной лампы со световым фильтром. В работе необходимо исследовать локализацию интерференционных полос. Полосы равного наклона локализованы в бесконечности и их наблюдают в зрительную трубу, а полосы равной толщины локализованы вблизи зеркала. Их надо исследовать при помощи микроскопа. Чтобы сэкономить время, при юстировке студентам заданы пределы перемещения зеркал.

Вторая часть предлагаемой нами работы состоит в определении радиального распределения температурного поля вокруг нагретой проволоки. Эта проблема хорошо знакома студентам из практикума по молекулярной физике [4, 5].

Через любую коаксиальную с проволокой поверхность за единицу времени проходит количество теплоты

$$Q = -2\pi r l \alpha \frac{dT}{dr}, \quad (1)$$

где α - коэффициент теплопроводности среды, l - длина проволоки, r - расстояние коаксиальной поверхности от оси, $\frac{dT}{dr}$ - градиент температуры.

В случае стационарного процесса $Q = \text{const.}$ из уравнения (1) получим

$$Q \int \frac{dr}{r} = -2\pi l \int \alpha dT. \quad (2)$$

Известно, что коэффициент теплопроводности воздуха зависит от температуры $\alpha \sim \sqrt{T}$ [5]. После интегрирования (2) получим

$$A \ln r = -T^{3/2} + B, \quad (3)$$

где A и B - постоянные.

Если нам известно распределение температуры вокруг проволоки как функция расстояния и если это распределение зависит только от теплопроводности среды, то зависимость $T^{3/2}$ от $\ln r$ должна быть линейной. Последнее обстоятельство является критерием того, сколь корректно выполнена работа.

С другой стороны, как вытекает из теории дисперсии 6 ,

$$n-1 \sim \frac{p}{kT} ,$$

где n - показатель преломления газовой среды, p - давление, k - постоянная Больцмана, T - абсолютная температура.

В стационарном случае $p = \text{const}$ получим соотношение

$$\frac{n_T - 1}{n_0 - 1} = \frac{T_0}{T} , \quad (4)$$

где n_T и n_0 - показатели преломления газа при температурах T и T_0 .

Зная показатель преломления воздуха при комнатной температуре и измеряя в случае нагретой проволоки показатель преломления как функцию r , можно определить зависимость $T(r)$. Определение температурного поля вокруг нагретой проволоки переходит в определение распределения показателя преломления.

Для определения радиального распределения показателя преломления вокруг нагретой проволоки надо сначала при не-нагретой проволоке получить полосы равной толщины перпендикулярные к проволоке и измерить ширину полос X (рис. 1а), т.е. расстояние между соседними минимумами. При нагревании проволоки происходит искривление интерференционных полос вследствие изменения показателя преломления в нагретой среде. Отклонение полосы от первоначальной прямо пропорционально изменению оптической разности хода вдоль луча зрения. Измеряя смещение интерференционных полос δ как функцию расстояния y от проволоки, можно найти относительное смещение полос $m = \frac{\delta}{X}$. Величина $m\lambda$, где λ - длина световой волны, определена оптической разностью хода.

Дальнейшей задачей является получение радиального распределения показателя преломления. Для этого применяется обращение Абеля. Задача состоит в решении интегрального уравнения Абеля

$$m(y) = \frac{2}{\lambda} \int_y^\infty [n_0 - n(r)] \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - y^2}} . \quad (5)$$

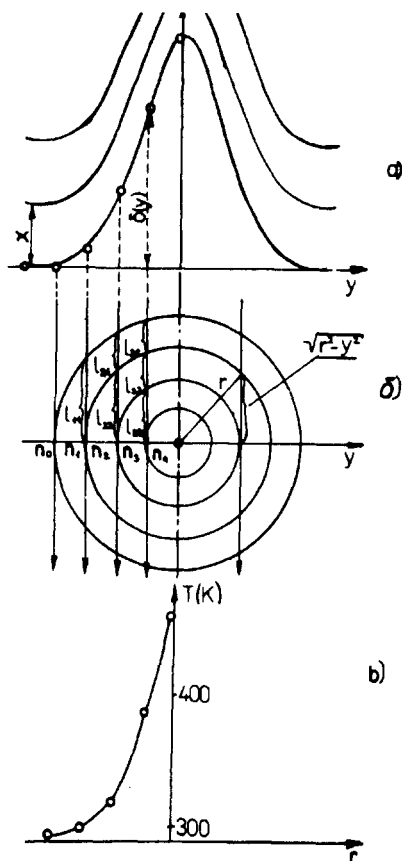


Рис. 1.

- а) регистрируемая интерференционная картина при нагретой проволоке;
- б) цилиндрические зоны распределения показателя преломления;
- в) полученное радиальное распределение температур.

Интегральное уравнение решается численно. Для этого разбивают область вокруг проволоки на N цилиндрических зон (рис. 1б). В зависимости от условий эксперимента задают закон изменения показателя преломления в пределах зоны [3]. В настоящей работе будем считать, что в пределах зоны показатель преломления не изменяется (так называемое ступенчатое приближение, как самое простое и наглядное). Пусть вне зон показатель преломления равен n_0 , в первой зоне равен n_1 и т.д. Оптические разности хода будут (см. рис. 1б):

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 &= 4(n_0 - n_1) l_{11} \\ \Delta_2 &= 4[(n_0 - n_1) l_{21} + (n_0 - n_2) l_{22}] \\ \Delta_3 &= 4[(n_0 - n_1) l_{31} + (n_0 - n_2) l_{32} + \\ &\quad + (n_0 - n_3) l_{33}] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Получим систему N линейных уравнений с N неизвестными. В уравнениях (6) коэффициент 4 обусловлен тем, что в интерферометре Майкельсона свет проходит через изучаемую среду два раза. Систему (6) решают с помощью ЭВМ и, учитывая соотношение (4), получают

показатель преломления и температуру как функцию расстояния от проволоки.

На наш взгляд, предполагаемая работа выполняет следующие задачи.

Во-первых, помогает студентам освоить понятия интерференционных полос равной толщины и равного наклона и связанную с этим проблему локализованности интерференционной картины.

Во-вторых, студенты знакомятся с принципом работы интерферометра Майкельсона, который играл определяющую роль при возникновении теории относительности.

В-третьих, студенты осваивают методику обработки результатов (обращение Абея), очень часто используемую при современных экспериментах.

В-четвертых, они дополняют свои навыки обращением с ЭВМ.

Литература

1. Иверонова В.И. Физический практикум. М., 1968.
2. Лохте-Хольтгревен В. Методы исследования плазмы. М., 1971.
3. Пирс Дж. Расчет распределения по радиусу фотонных излучателей в симметричных источниках. - В кн.: Получение и исследование высокотемпературной плазмы. М., 1962, с. 221-229.
4. Салым Я. Руководства к лабораторным работам по молекулярной физике. Тарту, 1981.
5. Кикоин А.К., Кикоин И.К. Молекулярная физика. М., 1976.
6. Калигиевский И.И. Волновая оптика. М., 1978.

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ ПРИ ПРЕПОДАВАНИИ АТОМНОЙ ФИЗИКИ УШ

Ю.Я. Лембра

Части I-УП опубликованы в сборнике ТГУ "В помощь преподавателю" в выпусках IV (1978 г., на эст. яз.), V (1980 г.), VI (1982 г.), VII (1982 г.), VIII (1983 г.), IX (1984 г.) и X (1985 г.).

20. Поглощение фотона

Обычно при изучении спектров поглощения говорят, что свободный электрон не может поглотить фотон. Приводится доказательство, основанное на законах сохранения энергии и импульса. Однако у студентов может в связи с этим доказательством возникнуть вопрос, почему же атом может поглотить фотон. Ниже мы излагаем методику, позволяющую оба эти аспекта изучать, исходя из одинаковой точки зрения.

Изучаем процесс поглощения фотона по схеме

$$a + \gamma \rightarrow a, \quad (I)$$

где предполагается, что a является электроном, атомом, ядром или какой-либо другой частицей. Если ниже говорится об атоме, то подразумевается изменение состояния электронной оболочки.

Используем систему отсчета, в которой частица a покоится до предполагаемого поглощения фотона. Выпишем для процесса (I) законы сохранения энергии и импульса. В таких выкладках удобно для релятивистской энергии частицы вместо формулы $E = mc^2$ (где m - масса движения частицы), которую студенты уже знают с времен средней школы, использовать эквивалентную формулу

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + E_0^2}, \quad (2)$$

где p и E_0 - импульс и масса покоя соответственно. К сожалению, эта важная и полезная формула не всегда внедряется в учебный процесс при преподавании общего курса физики. Например, в недавно вышедшей книге по атомной физике [1, с.16] при изложении эффекта Комптона формула (2) не используется. Изложение является там громоздким, причем еще приближенным.

Закон сохранения энергии для процесса (1) в выбранной нами системе отсчета приобретает вид

$$E_0 + h\nu = \sqrt{p^2 c^2 + E_0^2} + E^* \quad (3)$$

Здесь ν - частота поглощенного фотона и p - импульс частицы α после поглощения фотона. Учитывается возможность возбуждения сложной частицы (напр., атома или ядра) после поглощения фотона. Поэтому в формулу (3) введена энергия возбуждения E^* . Для элементарной частицы (например, для электрона) не существует возможности возбуждения, в связи с чем $E^* = 0$.

Закон сохранения импульса принимает вид

$$\frac{h\nu}{c} = p \quad (4)$$

Из формул (3) и (4) получим для нахождения частоты поглощенного фотона уравнение

$$E_0 + h\nu = \sqrt{(h\nu)^2 + E_0^2} + E^* \quad (5)$$

Путем введения безразмерных величин x и η по формулам

$$x = \frac{h\nu}{E_0} \quad (6)$$

$$\eta = 1 - \frac{E^*}{E_0} \quad (7)$$

уравнение (5) принимает вид

$$x + \eta = \sqrt{x^2 + 1} \quad (8)$$

После возведения выражения (8) в квадрат получим для x линейное уравнение, решение которого дает

$$x = \frac{1 - \eta^2}{2\eta} \quad (9)$$

Так как частота фотона ν должна быть положительной величиной, то на основе формулы (6) должно быть $x > 0$. Для выполнения этого условия из формулы (9) получим две возможности: а) $0 < \eta < 1$ и б) $\eta < -1$.

Далее надо учесть, что исходное уравнение (8) содержит квадратный корень. Поэтому возникает проблема постороннего решения. Для решения этой проблемы существенным является факт, что в правой части формулы (8) стоит безразмерная релятивистская энергия частицы, которая является существенно положительной величиной. Если учесть, что согласно формуле (9)

$$x + \eta = \frac{1 + \eta^2}{2\eta} \quad (10)$$

то фактическое решение получим только в случае а). Случай б) дает постороннее решение.

Если имеем в роли частицы α элементарную частицу (например, электрон), то по вышеизложенному $E^* = 0$. Следовательно, по формуле (7) $\eta = 1$. Однако это значение не входит в промежуток случая а). Отсюда вытекает, что элементарная частица не может поглощать фотон.

Для атомов порядок E^* составляет электронвольты (внешние электроны) или килоэлектронвольты (внутренние электроны), а порядок E_0 составляет гигаэлектронвольты. В случае ядер E^* имеет порядок величины в мегаэлектронвольтах, а E_0 также в гигаэлектронвольтах. Таким образом для атомов и ядер $E^* \ll E_0$, т.е. согласно формуле (7) $\eta \approx 1$, однако все же $\eta < 1$. Тем самым появляется возможность поглощения фотона.

В случае атомов и ядер удобно ввести малую величину $\varepsilon = E^{\kappa}/E_0$. Тогда из формул (7) и (9) с точностью квадратичного члена получим

$$\kappa = \varepsilon \left(1 + \frac{\varepsilon}{2} \right). \quad (II)$$

Если учесть еще формулу (6), получим отсюда

$$h\nu = E^{\kappa} + \frac{E^{\kappa 2}}{2E_0}. \quad (I2)$$

Это хорошо известная формула, которую используют, например, при изучении эффекта Мёссбауэра.

2I. Вырождение уровня энергии

Частично вырождение уровня энергии мы уже рассмотрели в разделе I4 [2]. Здесь мы преследуем цель более наглядного изучения этого понятия. Объектом исследования выберем двумерную модель, в которой частица заперта в квадрате. Изучение вырождения уровня энергии в этом случае не требует применения громоздкого математического аппарата как, например, в случае водородоподобного атома.

Сначала рассмотрим более общую модель, в которой частица заперта в прямоугольнике. Тогда при решении уравнения Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi = E \psi \quad (I3)$$

надо выполнить граничные условия

$$\left. \begin{aligned} \psi(0, y) &= 0 & \psi(x, 0) &= 0 \\ \psi(a, y) &= 0 & \psi(x, b) &= 0 \end{aligned} \right\} (I4)$$

где a и b являются сторонами прямоугольника.

Решение уравнения (I3) ищем методом разделения переменных в форме

$$\Psi(x, y) = u(x) v(y). \quad (I5)$$

Используя стандартную технику метода разделения переменных, получим для функций u и v одномерные уравнения Шредингера с соответствующими одномерными граничными условиями. С учетом этого обстоятельства решение двумерной задачи имеет вид:

$$E_{n_1, n_2} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left[\left(\frac{n_1}{a} \right)^2 + \left(\frac{n_2}{b} \right)^2 \right] \quad (I6)$$

$$\Psi_{n_1, n_2}(x, y) = \frac{2}{\sqrt{ab}} \sin \frac{n_1 \pi x}{a} \sin \frac{n_2 \pi y}{b}, \quad (I7)$$

где изменяющиеся независимо друг от друга квантовые числа n_1 и n_2 определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} n_1 &= 1, 2, 3, \dots \\ n_2 &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (I8)$$

Функция $\Psi_{n_1, n_2}(x, y)$ превращается в прямоугольнике в нуль на $n_1 - 1$ прямых $x = (n'_1/n) a$, где $n'_1 = 1, 2, \dots, n_1 - 1$ и на $n_2 - 1$ прямых $y = (n'_2/n) b$ где $n'_2 = 1, 2, \dots, n_2 - 1$.

Волновые функции (I7) удовлетворяют условию ортонормировки

$$\int_0^a \int_0^b \Psi_{n_1, n_2}(x, y) \Psi_{n'_1, n'_2}(x, y) dx dy = \delta_{n_1, n'_1} \delta_{n_2, n'_2}, \quad (I9)$$

где δ обозначает символ Кронекера.

Перейдем к анализу случая квадрата, когда $a = b = l$, где l - сторона квадрата. Из формул (I6) и (I7) получим

$$E_{n_1, n_2} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} (n_1^2 + n_2^2) \quad (20)$$

$$\psi_{n_1, n_2}(x, y) = \frac{2}{l} \sin \frac{n_1 \pi x}{l} \sin \frac{n_2 \pi y}{l} \quad (21)$$

Из формул (18) и (20) вытекает, что основной уровень получается, если $n_1 = n_2 = 1$. Значение энергии при этом равно

$$E_{11} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{ml^2} \quad (22)$$

Соответствующая волновая функция имеет вид

$$\psi_{11} = \frac{2}{l} \sin \frac{\pi x}{l} \sin \frac{\pi y}{l} \quad (23)$$

Следуя примеру [3, с. 10], эта волновая функция вместе с плотностью вероятности ψ_{11}^2 изображена на рис. I.

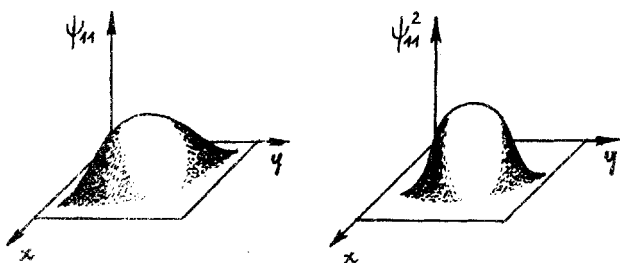


Рис. I.

Если выбрать кроме значений $n_1 = n_2 = 1$ другие двойки квантовых чисел, то получим уже возбужденные состояния. Это обстоятельство иллюстрируем в нижеследующей таблице.

Таблица

n_1	n_2	$n_1^2 + n_2^2$	Символ энергии
1	1	2	E_{11}
1	2	5	} $E_{12} = E_{21}$
2	1	5	
2	2	8	E_{22}
1	3	10	} $E_{13} = E_{31}$
3	1	10	
2	3	13	} $E_{23} = E_{32}$
3	2	13	
1	4	17	} $E_{14} = E_{41}$
4	1	17	
3	3	18	E_{33}

Подчеркиваем, что согласно формуле (20) для энергии определяющей является величина $n_1^2 + n_2^2$, значения которой выписаны в третий столбец нашей таблицы. Для полноты в ней отражается также основной уровень E_{11} , все остальные уровни являются возбужденными.

Из анализа четвертого столбца таблицы вытекает, что энергия первого возбужденного уровня есть $E_{12} = E_{21}$. Согласно формуле (21) этому уровню соответствуют две различные волновые функции

$$\left. \begin{aligned} \psi_{12} &= \frac{2}{l} \sin \frac{\pi x}{l} \sin \frac{2\pi y}{l} \\ \psi_{21} &= \frac{2}{l} \sin \frac{2\pi x}{l} \sin \frac{\pi y}{l} \end{aligned} \right\} (24)$$

Как показывает четвертый столбец таблицы, такое положение возникает и для остальных возбужденных состояний с раз-

личными квантовыми числами. Обстоятельства такого типа встречаются и при решении многих других задач квантовой механики (например, в водородоподобном атоме). В связи с этим было введено понятие вырождения уровня энергии. При этом число различных состояний, которым отвечает одно и то же значение энергии, называется кратностью вырождения уровня энергии. Так, в вышеприведенном примере первый возбужденный уровень является двукратно вырожденным. Более наглядно этот факт иллюстрируется на рис. 2, где изображены волновые функции (24) вместе с соответствующими плотностями вероятности. Волновые функции ψ_{12} и ψ_{21} имеют различный вид, но энергия в этих состояниях является одинаковой.

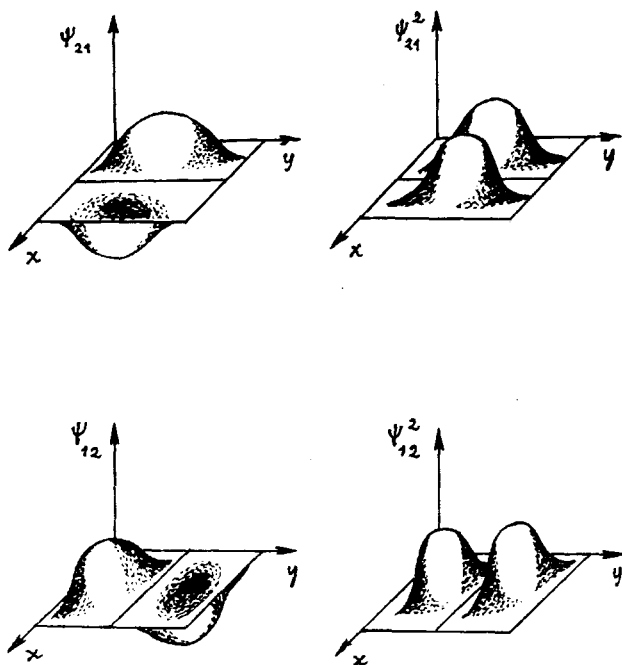


Рис. 2.

В заключение сделаем важное сравнение задач прямоугольника и квадрата. В первом случае уровни энергии не вырождены, во втором они, однако, вырождены. Отсюда возникает идея, что вырождение уровня энергии связано со свойствами симметрии системы. Эта идея конкретизируется в курсе квантовой механики. Там доказывается, что если гамильтониан инвариантен по отношению к группе некоторых преобразований, то все волновые функции, связанные с преобразованиями, входящими в эту группу, соответствуют одному значению энергии.

Литература

1. Белый М.У., Охрименко Б.А. Атомная физика. - Киев: Вища школа, 1984. - 272 с.
2. Лембра Ю.Я. Некоторые методические приемы при преподавании атомной физики. У. - В кн.: Методика преподавания физики в вузе. В помощь преподавателю УИ. Тарту: ТТУ, 1983, с. 54-73.
3. Heilbronner E., Bock H. The HMO Model and its Applications. Vol. 1; London, New York e.a., J. Wiley & Sons, 1976.

ОБ ОДНОЙ ВООБРАЖАЕМОЙ МОДЕЛИ АТОМА ГЕЛИЯ*

О.В. Сакс

С точки зрения современной квантовой физики легко понять, почему теория Бора оказалась несостоятельной при объяснении строения атома гелия и других микрообъектов. Одной из причин было применение неверной модели электрона в виде классического точечного заряда. Из квантовой механики известно, что модель электрона должна отражать прежде всего его волновые свойства.

* Статья публикуется в порядке дискуссии.

Оказывается, что модель атома Бора с орбитами все-таки позволяет вычислить энергию атома гелия при выполнении двух условий: во-первых, классические "точечные электроны" должны быть заменены на "вращающиеся вокруг своей оси электроны" (модель Кронига-Гоудсмита-Уленбека [1, 2]); во-вторых, закон Кулона должен быть заменен (пока гипотетическим) соотношением, учитывающим периодичность электромагнитных взаимодействий, связанную с вращением электрона.

Модель электрона, предложенная в 1925 г. Ральфом Кронигом, попала под столь резкую критику, что работа не была опубликована [2]. По той модели - волчка с радиусом порядка 10^{-15} м - участкам на периферии электрона приходилось описывать круги со сверхсветовой скоростью.

В настоящее время, по мнению автора, проблему о размерах электрона можно рассматривать по-другому. На основании общей теории относительности радиус электрона следует считать пока неопределенным: для быстровращающихся объектов отношение периметра к диаметру меньше, чем π [3], а при световой скорости участков периферии данное отношение станет неопределенным. Тем не менее для описания модели электрона допустимо применять понятие "радиус электрона", рассматривая его как физически ненаблюдаемую величину неиспользуемого в конечных результатах расчета. Аналогично следует относиться и, например, к координатам электрона в атоме. Они относятся к модели; в конечный результат, проверяемый экспериментально, они также не войдут.

При расчете энергии атома гелия по методике, предложенной автором, важное место занимает "частота вращения электрона вокруг своей оси". Назовем эту частоту в дальнейшем "спиновой частотой" и обозначим через ω_s . Последняя позволяет вывести условие квантования.

Принимаем за основу фундаментальные постоянные: скорость света - c , масса покоящего электрона - m , спин как момент импульса $S = \frac{1}{2} \hbar$. Если масса m представляет собой электродинамическую массу, которая может двигаться со скоростью c , тогда следующее соотношение не противоречит классическим и релятивистским законам физики:

$$S = m \tau^2 \omega_s = m \tau c = \frac{1}{2} \hbar. \quad (I)$$

Как видно из формулы (I), предполагается, что вся электродинамическая масса m распределена или сосредоточена на каком-то расстоянии r от оси вращения.

Круговая частота ω_s является отношением линейной скорости c и радиуса r . Тогда, на основании соотношения (I), получим:

$$\omega_s = \frac{c}{r} = \frac{2mc^2}{\hbar} = \frac{mc^2}{\frac{1}{2}\hbar} = \frac{E_0}{S}, \quad (2)$$

где E_0 — энергия покоящего электрона.

С другой стороны, при аннигиляции электронно-позитронной пары могут образоваться два фотона с комптоновской длиной волны $\lambda_c = \hbar/mc$. Из формулы (I) следует, что периметр $2\pi r$ равен половине комптоновской длины волны:

$$2\pi r = \frac{1}{2} \frac{\hbar}{mc} = \lambda_c.$$

Это наводит на мысль, что модель электрона можно представить себе в виде солитона электромагнитного поля (полуволны), вращающегося по круговой орбите на каком-то расстоянии от оси. Модели электрона и позитрона, по-видимому, отличаются друг от друга в том же отношении, как отрицательная и положительная полуволны в электромагнитной волне. Проблеме солитона посвящено немало работ, например, [4, 5, 6] и др.

Электромагнитное взаимодействие между электронами как вращающимися солитонами можно себе представить следующим образом.

Вращающийся солитон является источником однополярных сферических волн, амплитуда которых уменьшается обратнопропорционально квадрату расстояния от источника. Каждая волна в пространстве переносит импульс. Другой вращающийся солитон, находясь на каком-то расстоянии от первого, получает от волнового поля импульсы. Но импульсы, принимаемые вращающимся солитоном, должны зависеть от фазы вращения и ориентации оси (спина). Без данного предположения мы не получили бы модели электрона, обеспечивающей периодичность взаимодействий согласно длине волны де-Бройля.

Ниже, говоря об электроне, подразумеваем его модель в

виде вращающегося солитона.

Круговая частота вращающегося электрона, подчиняясь законам релятивистской физики, зависит от скорости его движения v :

$$\omega_v = \omega_s \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (3)$$

Заменяем теперь в модели атома Бора классическую модель электрона на нашу модель. Тогда оказывается, что электрон, движущийся по орбите со скоростью v совершает двойное вращательное движение - орбитальное с частотой $\omega_{орб}$ плюс спиновое с частотой ω_v . Орбитальную частоту можно рассматривать как компенсацию потери спиновой частоты ω_v по сравнению с частотой покоящегося электрона ω_s . Предполагая, что в основном состоянии атома имеет место полная компенсация, получим уравнение

$$\omega_v + \omega_{орб} = \omega_s. \quad (4)$$

Подставляя сюда приближенное соотношение $\omega_v \approx \omega_s \left(1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right)$ из формулы (3) (при $v^2 \ll c^2$), получим

$$\omega_{орб} = \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \omega_s = \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \frac{2\pi c^2}{h} = \frac{m v^2}{h}.$$

Так как $\omega_{орб} = v/r_{орб}$, где $r_{орб}$ - радиус орбиты электрона в атоме, следует $v/r_{орб} = m v^2/h$.

Полученное соотношение является условием квантования для основного состояния атома и совпадает с одним из постулатов Бора:

$$m r_{орб} v = h. \quad (5)$$

Согласно модели вращающихся солитонов можно предполагать периодическое взаимодействие между электронами. Если электрон e_1 движется со скоростью v_1 и вращается с частотой $\omega_1 = \omega_s \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}$, а второй e_2 - соответственно со скоростью

v_2 и частотой $\omega_2 = \omega_5 \sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}$, тогда они действуют друг на друга с частотой биения (интерференции). Круговая частота взаимодействия оказывается равной разности частот $|\omega_1 - \omega_2|$.

Почему периодичность кулоновых сил не проявляется на опытах с макроскопическими зарядами? Каждый такой заряд состоит из огромного количества элементарных зарядов, движущихся с разными скоростями и, следовательно, разными частотами ω_v . Поэтому и не наблюдается никаких интерференционных волн электрического поля или периодических электромагнитных взаимодействий. Если написать формулу модуля силы Кулона в виде:

$$F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a^2},$$

то F и e^2 следует понимать как усредненные величины. А если, например, модуль силы при тех же объектах меняется по гармоническому закону

$$F = \frac{(q \sin \omega t)^2}{4\pi\epsilon_0 a^2}, \quad (6)$$

то усредненная сила должна быть в полном согласии с классическим опытом. Следовательно, должно иметь место равенство

$$\overline{(q \sin \omega t)^2} = e^2. \quad (7)$$

Из последнего соотношения следует, что q надо рассматривать как некое амплитудное значение заряда $q = \sqrt{2}e$, характеризующее в данном конкретном примере электромагнитное взаимодействие, а e — как эффективное значение элементарного заряда.

Переходим к проблеме расчета энергии атома гелия в основном состоянии.

За основу принимаем данные спектроскопии и квантовой механики: средние энергии электронов между собой равны, спины — противоположны, суммарный момент импульса атома в целом и ядра отдельно, а также магнитные моменты — равны нулю. Эти данные вместе с моделью вращающегося солитона позволяют вы-

двинуть гипотезу, что электроны в атоме гелия вращаются с одинаковыми частотами в противоположных направлениях по одной и той же круговой орбите. Если отталкивающая сила F_e между электронами меняется периодически — два раза в каждом периоде достигает максимума и убывает до нуля, — тогда и возможно вращение двух электронов по единой орбите в противоположных направлениях. Дополнительным условием является то, что сила отталкивания равна нулю каждый раз в тот момент, когда электроны проходят мимо друг друга.

По теореме вириала имеет место равенство

$$(\overline{T'} - \overline{T''}) = -\frac{1}{2}(\overline{U'_a - U''_a - U_e}), \quad (8)$$

где $T' = T'' = \frac{mv^2}{2}$ — кинетические энергии электронов;

$U'_a = U''_a = -\frac{Ze^2}{r_{op\delta}}$ — потенциальные энергии электронов в поле ядра;

U_e — потенциальная энергия отталкивания электронов.

Примечание. Для краткости в дальнейшем применены формулы в гауссовой системе, без коэффициента $(4\pi\epsilon_0)^{-1}$.

При $r_{op\delta} = \text{const.}$ получим из формулы (8) следующее уравнение:

$$\overline{mv^2} = \frac{Ze^2}{r_{op\delta}} - \frac{1}{2}\overline{U_e}. \quad (9)$$

Так как электроны движутся синхронно по орбите с радиусом $r_{op\delta}$, то для описания положения достаточно одной координаты, например, угла φ между осью x и радиус-вектором (см. рис. 1). Расстояние между электронами выражается: $y = 2r_{op\delta}\sin\varphi$. Для того, чтобы сила отталкивания при $\varphi = n\pi$, $n = 0, 1, 2, \dots$ не стала бесконечной, предполагаем гармоническое изменение модуля силы аналогично формуле (6):

$$F_e = \frac{(\sqrt{2}e\sin\varphi)^2}{y^2}.$$

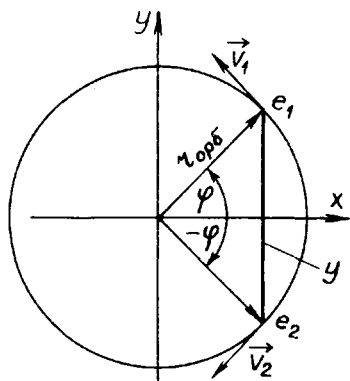


Рис. 1. К объяснению модели.

Тогда энергия отталкивания выражается следующим образом:

$$U_e(\varphi) = \int_0^\varphi F_e dy = \int_0^\varphi \frac{(\sqrt{2} e \sin \varphi)^2}{(2 r_{орб} \sin \varphi)^2} 2 r_{орб} |\cos \varphi| d\varphi = \frac{e^2}{r_{орб}} |\sin \varphi| = U_m |\sin \varphi|, \quad (10)$$

$$dy = 2 r_{орб} |\cos \varphi| d\varphi,$$

где через U_m обозначена амплитуда потенциальной энергии отталкивания.

Решение уравнения (9) возможно по методу последовательных приближений. В первом приближении допустим, что модули скоростей электронов постоянны: $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v = const.$ В следующих приближениях учтем неравномерность скоростей, вызванную силой отталкивания F_e .

Первое приближение. Если допустим $v = const.$, тогда $\overline{v^2} = v^2$. Период обращения электрона по орбите обозначим через τ . Усредненная по времени энергия отталкивания $\overline{U_e}$ выражается:

$$\begin{aligned} \overline{U_e} &= \frac{2}{\tau} \int_0^{\frac{\tau}{2}} U_e(t) dt = \frac{2}{\tau} \int_0^{\frac{\tau}{2}} \frac{e^2}{r_{орб}} |\sin \alpha t| dt = \frac{1}{\pi} \frac{e^2}{r_{орб}} \int_0^\pi |\sin \varphi| d\varphi = \\ &= \frac{1}{\pi} \frac{e^2}{r_{орб}} (-\cos \varphi) \Big|_0^\pi = \frac{2}{\pi} \frac{e^2}{r_{орб}}. \\ m \overline{v^2} &\equiv m v^2 = \frac{Z e^2}{r_{орб}} - \frac{1}{2} \frac{2}{\pi} \frac{e^2}{r_{орб}} = \frac{e^2}{r_{орб}} \left(Z - \frac{1}{\pi} \right). \quad (11) \end{aligned}$$

Из условия квантования (5) получим соотношение

$$mv = \frac{\hbar}{r_{op\delta}};$$

$$mv^2 = \frac{\hbar}{r_{op\delta}} v = \frac{e^2}{r_{op\delta}} \left(Z - \frac{1}{J} \right),$$

откуда

$$v = \frac{e^2}{\hbar} \left(Z - \frac{1}{J} \right),$$

и кинетическая энергия атома гелия в первом приближении

$$T_1 = mv^2 = \frac{m e^4}{\hbar^2} \left(Z - \frac{1}{J} \right)^2. \quad (12)$$

Подставляя численные значения $me^4/\hbar^2 = 27,2116$ эВ, для гелия $Z = 2$, получим $(Z - \frac{1}{J})^2 = 1,6811^2 = 2,8281$ и $T_1 = 76,957$ эВ.

Второе приближение. $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v(\varphi) \neq \text{const.}$ Усреднение по времени даст:

$$\overline{U_e} = \frac{2}{\tau} \int_0^{\frac{\tau}{2}} U_e(t) dt = \frac{2}{\tau} \int_0^{\frac{\tau}{2}} \frac{e^2}{r_{op\delta}} \sin\left(\frac{v(\varphi)}{r_{op\delta}} t\right) dt = \frac{e^2}{r_{op\delta}} \frac{2}{\tau} \int_0^{\frac{\tau}{2}} \frac{r_{op\delta}}{v(\varphi)} |\sin \varphi| d\varphi.$$

$$\varphi = \frac{v(\varphi)}{r_{op\delta}} t; \quad d\varphi = \frac{v(\varphi)}{r_{op\delta}} dt \Rightarrow dt = \frac{r_{op\delta}}{v(\varphi)} d\varphi.$$

Имея в виду, что $\frac{2\pi r_{op\delta}}{\tau} \approx \sqrt{v^2}$, можно $\overline{U_e}$ выразить в следующей форме:

$$U_e = \frac{e^2}{r_{op\delta}} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{\sqrt{v^2}}{v(\varphi)} |\sin \varphi| d\varphi.$$

Кинетическая энергия электронов меняется периодически за счет потенциальной энергии отталкивания $U_e(\varphi)$:

$$mv^2(\varphi) = m v_{\min}^2 + U_e(\varphi); \quad v(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{m}} \sqrt{m v_{\min}^2 + U_e(\varphi)}.$$

Минимум кинетической энергии связан со средней кинетической энергией следующим образом (см. рис. 2): $m v_{\min}^2 = m v^2 - \frac{2}{\pi} U_m$.
Отношение $\sqrt{v^2}/v(\varphi)$ выражается через энергии:

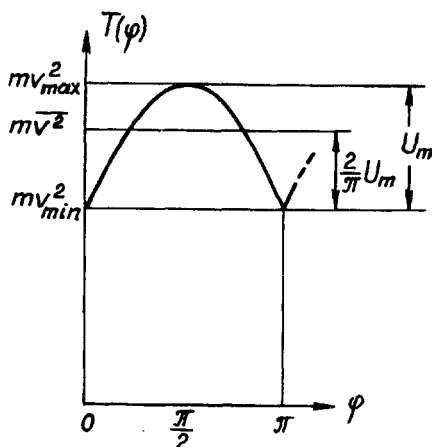


Рис. 2. Энергетические соотношения.

$$\frac{\sqrt{v^2}}{v(\varphi)} = \sqrt{\frac{m\bar{v}^2}{mv_{\min}^2 + U_m |\sin \varphi|}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2}{\pi} \frac{U_m}{m\bar{v}^2} - \frac{U_m}{m\bar{v}^2} |\sin \varphi|}}.$$

Из выражения (II) получим отношение: $\frac{U_m}{m\bar{v}^2} = \frac{1}{Z - \frac{1}{\pi}}.$

Наконец, для вычисления второго приближения будет следующее выражение:

$$\frac{\sqrt{v^2}}{v(\varphi)} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2}{\pi} \frac{1}{Z - \frac{1}{\pi}} - \frac{|\sin \varphi|}{Z - \frac{1}{\pi}}}} = \frac{1}{\sqrt{0,62144 + 0,59464 |\sin \varphi|}}$$

$$T_2 = \frac{me^4}{k^2} \left(Z - \frac{1}{2} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{|\sin \varphi| d\varphi}{\sqrt{0,62144 + 0,59464 |\sin \varphi|}} \right)^2.$$

Последний интеграл элементарно не интегрируется, но с достаточной точностью легко вычисляется с помощью калькулятора. Выражение в скобках дает следующее численное значение:

$$Z - \frac{1}{2} \int = 2 - \frac{0,60079}{2} = 1,69960.$$

Соответствующая кинетическая энергия $T_2 = 78,605$ эВ.

Третье приближение.

Вместо фактора $(Z - \frac{1}{\pi})$ принимаем новое значение 1,69960 и вычисляем отношение

$$\frac{\sqrt{v^2}}{v(\varphi)} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0,60079}{1,69960} - \frac{\sin \varphi}{1,69960}}} = \frac{1}{\sqrt{0,64651 + 0,58837 |\sin \varphi|}};$$

$$T_3 = \frac{me^4}{k^2} \left(Z - \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{\sin \varphi d\varphi}{\sqrt{0,64651 + 0,58837 |\sin \varphi|}} \right)^2 = 78,865 \text{ эВ.}$$

Четвертое приближение.

$$\frac{\sqrt{v^2}}{v(\varphi)} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0,59517}{1,70242} + \frac{\sin \varphi}{1,70242}}} = \frac{1}{\sqrt{0,65040 + 0,58740 |\sin \varphi|}};$$

$$T_4 = \frac{me^4}{k^2} \left(Z - \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{|\sin \varphi| d\varphi}{\sqrt{0,65040 + 0,58740 |\sin \varphi|}} \right)^2 = 78,905 \text{ эВ.}$$

Сумма кинетических энергий всех электронов атома равна энергии полной ионизации. В табл. I приведены результаты эксперимента и вычислений. Через J обозначена энергия полной ионизации нейтрального гелия и подобных ему ионов с двумя электронами. Для тех же объектов даны результаты вычислений: E - энергия, полученная Хиллеросом [7] на основе квантовой механики:

$$E = -\frac{1}{2(1 + \frac{m}{M})} \left(2Z^2 - \frac{5}{4}Z + 0,31488 - 0,01752 \frac{1}{Z} + 0,00548 \frac{1}{Z^2} \right) \frac{me^4}{k^2}, \quad (13)$$

а также T_I и T_4 - суммы кинетических энергий в первом и четвертом приближениях, вычисленные автором. В той же таблице величины δ_E и δ_T представляют собой различия с экспериментальными значениями в процентах.

Как и ожидалось, квантовая механика обеспечивает более высокую степень согласования с экспериментом, чем приближенный метод, предложенный автором. Тем не менее результаты данной работы позволяют выдвинуть несколько гипотез. Остановимся на них.

Таблица I

Z	Атом, ион	γ , эВ	$-E$, эВ	$\delta_E, \%$	T , эВ		$\delta_T, \%$
2	He	78,984 [8]	78,994	0,01	T_4 T_I	78,905 76,957	-0,1 -2,6
3	Li ⁺	198,038 [8]	198,08	0,02	T_I	195,7	-1,2
4	Be ⁺⁺	369,96 [1]	371,56	0,4		368,8	-0,3
5	B ⁺⁺⁺	596,4 [1]	599,46	0,5		596,4	0,0
6	C ⁺⁺⁺⁺	876,2 [1]	881,78	0,6		878,4	0,3

Согласно теореме Эренфеста в квантовой механике для микроскопических систем средние значения механических величин подчиняются законам классической механики [1]. По-видимому, аналогичная теорема возможна и для электрических величин, таких как, например, напряженность поля, потенциал и др.

Квадрат элементарного заряда e^2 — это прежде всего энергетическая характеристика электромагнитного взаимодействия между микрообъектами. Он вводится в теорию на основании классического эксперимента как коэффициент. Поэтому, с точки зрения квантовой механики, e^2 является либо постоянной, либо средним значением. Однако ряд фактов говорит в пользу гипотезы о том, что при электромагнитном взаимодействии между микрочастицами в формулах должна стоять не постоянная e^2 , а какая-то периодическая величина, среднее значение которой есть e^2 . Такими фактами являются: интерференционные и дифракционные явления в опытах с электронами и другими, успех волновой квантовой механики и электродинамики и, наконец, результат вычисления энергии атома гелия на основании предположений (6) и (7).

Проверить выдвинутые гипотезы возможно таким же путем, как ранее проверялись основные положения квантовой механики: если результаты расчета во многих случаях совпадают с экспериментом, тогда теория оправдана.

Литература

1. Шпольский Э.В. Атомная физика. - М.: Наука, 1984, т. 2, - 438 с.
2. Данин Д.С. Вероятностный мир. - М.: Знание, 1981. - 208 с.
3. Эйнштейн А. Сущность теории относительности. - М.: Изд-во иностр. лит., 1955. - 160 с.
4. Давыдов А.С. Солитоны в квазиодномерных молекулярных структурах. - УФН, 1982, т. 138, вып. 4, с. 603-643.
5. Scott A. C., Chu F.Y.P., Mc Laughlin D.W. The Soliton: a new Concept in Applied Science. - Proc. IEEE, 1973, 61, 1443-1483
6. Hu B. Fermions as Solitons. - Lettere al nuovo cimento, vol. 18, Nr. 9, 267-268.
7. Hylleraas E.A. Über den Grundtherm der Zweielektronenprobleme von H^- , He, Li^+ , Be^{++} usw. - Zs. f. Phys. 1930, 65, 209-225.
8. Дукельский В.М. Ионизационный потенциал. - В кн.: Физический энциклопедический словарь. - М.: Сов. энцикл.. 1962, т. 2. - 608 с.

НАИБОЛЕЕ ВЕРОЯТНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИДЕНТИЧНЫХ ЧАСТИЦ ПО КВАНТОВЫМ СОСТОЯНИЯМ

П.Л. Кукк, Р.-К.Р. Лойде

Включение квантовой теории в общий курс физики отражается и на методике изложения курса. Это, в частности, относится и к квантовой статистике, занимающейся распределением идентичных частиц по квантовым состояниям и выводом соответствующей функции распределения. Однако прежде чем заняться выводом этой функции целесообразно рассмотреть простой пример, допускающий численный расчет. В настоящей статье на примере малого ансамбля демонстрируется расчет термодинами-

ческой вероятности возможных распределений и показывается, что термодинамическая вероятность наиболее вероятного распределения резко возрастает с ростом числа частиц в системе, превращаясь в пределе в дельта-функцию. Это означает, что в случае больших систем (например, электроны в кристалле) из огромного числа всевозможных распределений практически реализуется одно наиболее вероятное. Функция распределения, вывод которой в настоящей работе не рассматривается (его можно найти в любом пособии по статистической физике, см., например, [1, 2]), относится как раз к этому распределению.

В отличие от классической статистики в квантовой статистике одному состоянию системы в фазовом пространстве соответствует не точка, а некоторый минимальный объем фазового пространства. В случае системы из N частиц этот минимальный объем равен $\Gamma_{min} = h^{3N}$ [1]. Этот результат вытекает из соотношений неопределенности для всех $3N$ обобщенных координат и импульсов:

$$\Gamma = (\Delta p_1 \Delta q_1) (\Delta p_2 \Delta q_2) \dots (\Delta p_{3N} \Delta q_{3N}) \geq h^{3N}. \quad (1)$$

Таким образом, в фазовом пространстве объемом Γ содержится Γ/h^{3N} квантовых состояний. Следует однако учесть, что в квантовой статистике из-за неразличимости частиц любые их перестановки не приводят к новому состоянию. Поэтому число квантовых состояний будет в $N!$ раз меньше: $\Gamma/h^{3N}N!$. С другой стороны, учитывая, что квантовые состояния могут отличаться ориентацией спина ($2s + 1$ различных ориентаций), который не входит в фазовое пространство, то действительное число квантовых состояний будет в $(2s + 1)$ раз больше:

$$Z = \frac{(2s+1)\Gamma}{h^{3N}N!}. \quad (2)$$

Разделим фазовое пространство на отдельные области объемом $\Delta\Gamma_i$, соответствующие значению энергии ε_i *, т.е. мик-

* Точнее, имеющие энергию в пределах $\varepsilon_i - \Delta\varepsilon < \varepsilon < \varepsilon_i + \Delta\varepsilon$, где $\Delta\varepsilon \ll \varepsilon_i$.

рочастица, находящаяся в одном из квантовых состояний этого объема, обладает энергией ε_i , тогда число состояний с энергией ε_i будет:

$$Z_i = \frac{(2s+1) \Delta \Gamma_i}{h^{3N} N!} \quad (3)$$

Если в области фазового пространства находится n_i идентичных частиц, то вклад $\Delta \Gamma_i$ в общую энергию системы составляет

$$E_i = n_i \varepsilon_i, \quad (4)$$

а общая энергия системы

$$E = \sum_{i=1}^m n_i \varepsilon_i \quad (m - \text{число областей}). \quad (5)$$

Введем функцию распределения $f_i = n_i/Z_i$ - отношение числа частиц в i -области к числу состояний в этой же области фазового пространства (степень заполнения i -области), тогда:

$$n_i = f_i Z_i \quad (6)$$

Зная f_i для каждого значения i , т.е. функцию распределения, она оказывается функцией ε_i , и из числа состояний Z_i можем рассчитать n_i по (6). Размещение общего числа частиц N по отдельным областям фазового пространства $\Delta \Gamma_i$ ($N = \sum_i n_i = \sum_i f_i Z_i$) будем называть распределением идентичных частиц по квантовым состояниям.

Рассмотрим проблемы распределения на примере малого ансамбля фермионов (здесь удобно вкратце разъяснить различие между статистиками Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна), конкретно - электронов, допускающего численный расчет без прибегания к ЭВМ. Пусть имеем $N = 8$ электронов с общей энергией $E = \sum n_i \varepsilon_i = 12$ эВ. Найти все возможные распределения этих электронов по 4 областям фазового пространства Γ ($m = 4$), если $Z_1 = 6$, $Z_2 = 6$, $Z_3 = 6$, $Z_4 = 6$, и $\varepsilon_1 = 0$ эВ, $\varepsilon_2 = 1$ эВ, $\varepsilon_3 = 2$ эВ, $\varepsilon_4 = 3$ эВ. Нетрудно установить, что условиям задачи отвечают следующие 12 распределений (см. табл. I).

Таблица I

k	n_1	n_2	n_3	n_4	W_1	W_2	W_3	W_4	W
I	4	0	0	4	15	I	I	15	225
2	I	2	5	0	6	15	6	I	540
3	3	0	3	2	20	I	20	15	6000
4	2	I	4	I	15	6	15	6	8100
5	3	I	I	3	20	6	6	20	14400
6	2	2	2	2	15	15	15	15	50625
7	I	3	3	I	6	20	20	6	14400
8	I	4	I	2	6	15	6	15	8100
9	2	3	0	3	15	20	I	20	6000
10	0	5	2	I	I	6	15	6	540
11	0	4	4	0	I	15	15	I	225
12	0	6	0	2	I	I	I	15	15

Теперь возникает вопрос, какова частота появления того или иного распределения в реальной обстановке, т.е. каковы вероятности реализации отдельных распределений? Для этого вводится термодинамическая вероятность (или статистический вес) W^k (индекс k - номер распределения, в нашем случае $k = I, 2, \dots, 12$) - число способов реализации распределения. Число способов распределения n_i электронов по Z_i состояниям i - области рассчитывается по известной формуле математической комбинаторики [2]:

$$W_i = \frac{Z_i!}{(Z_i - n_i)! n_i!} \quad (7)$$

Ясно, что число способов реализации k -го распределения

$$W^k = \prod_{i=1}^m W_i, \quad (8)$$

где W_i рассчитывается по данным n_i в k -ой строке табл. I.

Расчет W^k по (7) и (8) показывает (см. табл. I), что наибольшей термодинамической вероятностью обладает шестое распределение: $W_{max} = 50625$. Таким образом, в рассмотренной системе наиболее часто будет встречаться распределение с порядковым номером $k = 6 : 2 - 2 - 2 - 2$.

Увеличивая постепенно число частиц в системе - табл. типа I могут быть составлены для систем с числом электронов, например, 10, 20, - легко убедиться, что термодинамическая вероятность наиболее вероятного распределения W_{max} резко возрастает по сравнению с W других распределений. Отсюда следует, что при переходе к большим системам, например, электроны в кристалле - 10^{22} см^{-3} , W стремится к δ -функции. Таким образом, в случае больших систем в равновесном состоянии практически реализуется лишь распределение с W_{max} - наиболее вероятное распределение.

До сих пор мы рассматривали распределения, соответствующие одному и тому же значению суммарной энергии системы E , и установили, что при фиксированном макроскопическом состоянии системы с постоянной энергией E наиболее вероятное распределение определяется исключительно максимумом термодинамической вероятности. Теперь же зададимся вопросом, как определить вероятность распределения, если суммарная энергия системы для различных распределений не одинакова, т.е. в игру вводятся всевозможные макроскопические состояния системы, отличающиеся значением суммарной энергии? Ясно, что с чисто энергетической точки зрения наиболее стабильным оказывается макроскопическое состояние с наименьшей возможной при данной температуре энергией E_{min} . Однако совсем не обязательно, что это состояние реализуется распределением с абсолютно максимальным значением W ; возможно, состояния с $E > E_{min}$ реализуются распределениями с гораздо большим значением W (это отчетливо демонстрируется распределением свободных электронов в металле, см., например, [4]). Возникает вопрос, что предпочитать при установлении термодинамического равновесия - минимум по E или максимум по W ? Как совместить эти противоречивые условия? Очевидно, должна быть составлена функция состояния, в которую входит как E , так и W , и наиболее стабильным будет состояние, которому отвечает экстремум.

ремум (минимум) этой функции. Такой функцией является свободная энергия F :

$$F = E - kT \ln W, \quad (9)$$

где T - абсолютная температура, k - постоянная Больцмана. Величина $k \ln W$ представляет собой энтропию системы S :

$$S = k \ln W \quad (10)$$

Подставив (10) в (9), получим хорошо известное из курса термодинамики выражение для F :

$$F = E - TS. \quad (11)$$

Из (9)-(11) следует, что $kT \ln W = TS$ имеет ту же размерность, что и энергия системы E , т.е. их можно алгебраически складывать. Таким образом, с помощью энтропии и абсолютной температуры термодинамическая вероятность приобретает соответствующий энергетический эквивалент. Поскольку эта формальная энергия в (9) и (11) вычитается из действительной энергии E , то ясно, что с ростом W свободная энергия понижается, т.е. рост W и уменьшение E изменяют F в одном и том же направлении. Теперь наиболее вероятное распределение определяется из условия минимума свободной энергии системы

$$\frac{\partial F}{\partial n_i} = \frac{\partial E}{\partial n_i} - T \frac{\partial S}{\partial n_i} = 0. \quad (12)$$

В случае больших систем распределение, соответствующее условию (12), реализуется практически со 100%-ной вероятностью и нет необходимости учитывать другие в принципе возможные распределения.

При выводе наиболее вероятного распределения может быть использован метод неопределенных коэффициентов Лагранжа [4]. Математические выкладки значительно упрощаются, если воспользоваться законами больших чисел, например, формулой

Стирлинга. Само распределение удобно представить не с помощью n_i (эти числа слишком большие, порядка 10^{10-20}), а посредством функции распределения

$$f(\epsilon) = (B e^{\epsilon/kT} + b)^{-1}, \quad (13)$$

где $B = e^{-\mu/kT}$ (μ - химический потенциал). Значение b зависит от характера составляющих систему частиц. В случае частиц с целочисленным спином - бозонов (например, фотоны) $b = -1$ - статистика Бозе-Эйнштейна; в случае частиц с полуцелым спином - фермионов (например, электроны) $b = +1$ - статистика Ферми-Дирака. При условии $B e^{\epsilon/kT} \gg b$ ("хвост" распределения) можно пренебречь вторым членом в знаменателе (13) и мы получим классическую функцию распределения Максвелла-Больцмана ($b = 0$):

$$f(\epsilon) = \frac{1}{B} e^{-\frac{\epsilon}{kT}} \quad (14)$$

Функция (14) является отражением той физической ситуации, в которой энергия частиц большая ($\epsilon \gg kT$), а степень заполнения состояний мала ($f \rightarrow 0$). Здесь теряется различие между бозонами и фермионами (последние подчиняются принципу Паули), так как вероятность того, что в одно состояние попадает более одной частицы, практически равна нулю.

Таким образом, аудитории на простом примере расчета наиболее вероятного распределения частиц по квантовым состояниям разъясняется смысл таких важных понятий, как термодинамическая вероятность W , энтропия S и свободная энергия F .

Наконец, для иллюстрации рассмотренного материала может быть приведен пример из повседневной жизни. Пусть на шоссе имеется значительный подъем (спуск). Движение в гору протекает с увеличением потенциальной энергии, в обратном направлении - с уменьшением потенциальной энергии. Вследствие этого поток транспорта в гору замедляется, а в обратном направлении - ускоряется. Для устранения возникшей диспропорции самый примитивный способ - разравнять дорогу, т.е. "убрать" уступ - это требует больших материальных затрат и не всегда

осуществимо. Есть, однако, другой способ: искусственно уравнять встречные потоки транспорта, увеличивая число рядов движения снизу вверх за счет уменьшения их сверху вниз, т.е. варьируя числом соответствующих способов реализации. Вот тут-то и сработал энтропийный член в уравнении типа (II). За реальным примером этого типа далеко ходить не надо: в Таллине на подъеме по шоссе Эхитаяте тее с Мустаме в Нымме снизу вверх - 2 ряда, сверху вниз - 1 ряд движения.

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. - М.: Гостехиздат, 1951.
2. Ноздрев В.Ф., Сенкевич А.А. Курс статистической физики. - М.: Высшая школа, 1965. - 289 с.
3. Тер Хаар Д., Вергеланд Г. Элементарная термодинамика. - М.: Мир, 1968. - 219 с.
4. Семенченко В.К. Избранные главы теоретической физики. - М.: Просвещение, 1966. - 396 с.

ПРОСТЕЙШИЙ ПРИМЕР РАСЧЕТА ЧАСТОТЫ ЛОКАЛЬНОГО КОЛЕБАНИЯ В КУРСЕ ТЕОРИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Н.Н. Кристофель

Основной курс теории твердого тела читается студентам, специализирующимся по физике твердого тела и теоретической физике, в 7-ом семестре (4 часа в неделю). Современные методы квантовой теории твердого тела, представляющие собой симбиоз методов теории поля и статистической физики (метод квантовых функций Грина), читаются с соответствующими приложениями в 8-ом семестре (3 часа в неделю). Этот курс учитывает направленность твердотельных исследований в научных учреждениях Эстонской ССР, в частности, в нем больше обычного уделяется внимание возмущенной дефектами динамике кристаллической решетки. В главе курса о колебаниях решетки оз-

накомление с этой проблемой начинается параграфом, дающим общие качественные сведения о влиянии дефектов на динамику кристаллической решетки. Здесь вводятся понятия локальных колебаний, как отвечающих дискретным частотам вне разрешенных колебательных ветвей спектра идеального кристалла, а также резонансов в области сплошного фононного спектра-квазилокальных (или псевдолокальных) колебаний.

Возникает задача провести детальный расчет частоты локального колебания на возможно простой модели. В качестве таковой автор выбрал изотопическую примесь (вносит только дефект массы) в одноатомной цепочке атомов со взаимодействием ближайших соседей. Эта задача допускает аналитическое решение до конца, при этом решение соответствующей невозмущенной задачи известно студентам из уже пройденного материала. Для решения используется метод регулярных возмущений И.М. Лифшица, фактически — метод классических функций Грина. Ознакомление студентов с этим методом весьма важно ввиду его универсальности для изучения влияния локализованных возмущений на свойства среды с трансляционной симметрией. С другой стороны, в дальнейшем, рассматривая возмущенные дефектом электронные состояния кристалла, можно при желании ограничиться только методом эффективной массы в применении к мелким примесным уровням*. Проявление возмущенной дефектами динамики кристаллической решетки в различных физических процессах относится к специальному параграфу о явлениях с существенным участием решеточных колебаний.

Рассмотрим теперь подробно упомянутый простейший пример возникновения локального колебания. Пусть в нулевом узле цепочки атомов с массой M расположена примесь с массой M' . Уравнения движения для смещений Q_n ($n = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2}$) атомов вдоль цепочки имеют вид

$$\begin{cases} M'\omega^2 Q_n = \sum_{n'} \phi_{nn'} Q_{n'} & n = 0 \\ M\omega^2 Q_n = \sum_{n'} \phi_{nn'} Q_{n'} & n \neq 0 \end{cases} \quad (I)$$

* Аналог метода эффективной массы в теории колебаний кристаллической решетки не имеет заметного значения.

Перейдем здесь, как обычно, к приведенным смещениям

$$q_n = \sqrt{M} Q_n. \quad (2)$$

Отметим, что в (2) масса M используется также для $n = 0$. Обозначив еще $D_{nn'} = \phi_{nn'} M^{-1}$, перепишем систему (I) в форме одного уравнения

$$\omega^2 q_n + (S-1) \omega^2 q_n \delta_{n0} = \sum_{n'} D_{nn'} q_{n'}, \quad (3)$$

где

$$S = \frac{M'}{M} \quad (4)$$

является параметром, характеризующим динамическое возмущение (дефект массы), вносимое примесью.

Идея решения уравнения (3) заключается в представлении его решений в форме линейной комбинации известных нам решений невозмущенной задачи ($S = 1$).

Именно, смещения атомов в идеальной цепочке удовлетворяют уравнению

$$\omega_0^2 q_n^{(0)} = \sum_{n'} D_{nn'} q_{n'}^{(0)}, \quad (5)$$

причем частотный спектр простирается от $\omega_0 = 0$ до $\omega_0 = \omega_m$ согласно закону дисперсии (k - квазиволновое число)

$$\omega_0^2(k) = \frac{\omega_m^2}{2} (1 - \cos ka), \quad (6)$$

а

$$q_n^{(0)}(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{ikna}, \quad (7)$$

где a - постоянная решетки.

Итак, положим

$$q_n = \sum_k b_k q_n^{(0)}(k) \quad (8)$$

и подставим (8) в (3), оставив, однако, член с $(S-1)$ в прежней форме. Учитывая далее (5), умножая обе стороны уравнения на $q_n^{(0)}(k')$ и суммируя по n , получаем*

$$b(k') = \frac{(S-1)\omega^2}{\omega_0^2(k') - \omega^2} q_0^{(0)}(k') q_0. \quad (9)$$

Следовательно, подстановка (8) позволила, действительно, определить неизвестные коэффициенты в разложении (8). Запишем найденное решение по (8) и (9) в виде

$$q_n = (S-1) \omega^2 G_{n0}(\omega^2) q_0, \quad (10)$$

используя величину

$$G_{n0}(\omega^2) = \sum_k \frac{q_n^{(0)}(k) q_0^{(0)}(k)}{\omega_0^2(k) - \omega^2} = \frac{1}{N} \sum_k \frac{e^{ikna}}{\omega_0^2(k) - \omega^2}. \quad (11)$$

Нам удалось согласно (10) выразить смещение произвольно-го атома цепочки через смещение примесного атома q_0 . Рассматриваемая цепочка обладает центром инверсии относительно дефекта, и наше решение (9) имеет смысл лишь для нечетных колебаний, для которых $q_n = -q_{-n}$ и в которых участвует сама примесь $q_0 \neq 0$. Колебания четной симметрии в данной модели не возмущаются. В соотношение (10) входит функция $G_{n0}(\omega^2)$ — это функция Грина (динамическая) нашей задачи. Напоминаем, что аналогичная величина — статическая функция Грина, с $\omega = 0$ встречалась при расчете искажения решетки вокруг дефекта.

Из (11) видно, что функция Грина имеет полюс каждый раз, когда ω^2 совпадает с одной из невозмущенных частот $\omega_0^2(k)$ и имеет соответственно много ветвей. Если бы нас интересова-

* Напоминаем, что $\sum_n q_n^{(0)}(k) q_n^{(0)}(k') = \delta_{kk'}$

ли возмущенные дефектом колебания в области спектра идеальной цепочки (например, квазилокальные колебания), следовало бы задать специальные правила обращения с этими сингулярностями. Для этого к ω^2 прибавляют бесконечно малую положительную добавку $i\varepsilon$, которую в конце вычислений стремят к нулю. С подобными методами слушателей ознакомит вторая часть курса.

В данном же случае мы можем обращаться с нашей функцией Грина (II) как с простой функцией, поскольку мы хотим рассчитать частоты локальных колебаний, для которых по определению их частота ω_e не может сравниться ни с одной частотой $\omega_o^2(k)$. Уравнение для нахождения локальной частоты получается из (IO), положив там $q_n = q_o$, что является, фактически, условием самосогласования. Получаем

$$1 = (S-1) \omega_e^2 G_{oo}(\omega_e^2). \quad (12)$$

В нашей простой модели функция $G_{oo}(\omega^2)$ легко вычисляется, для чего перейдем по знакомому нам правилу от суммирования по квазидискретному фоновому спектру (k изменяется от $-\frac{\pi}{a}$ до $\frac{\pi}{a}$) к интегрированию по сплошному спектру

$$G_{oo}(\omega) = \frac{1}{N} \sum_k \frac{1}{\omega_o^2(k) - \omega^2} = \frac{2a}{2\pi} \int_0^{\pi/a} \frac{dk}{\frac{\omega_o^2}{2}(1 - \cos ka) - \omega^2}. \quad (13)$$

Множитель 2 в числителе (13) появился от вклада области с отрицательными k . С помощью табличного интеграла

$$\int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + c \cos x} = \frac{\pi}{\sqrt{1 - c^2}} \quad (14)$$

находим

$$G_{oo}(\omega^2) = -\frac{1}{\omega \sqrt{\omega^2 - \omega_m^2}}. \quad (15)$$

Для конкретных реальных трехмерных кристаллов функции Грина приходится рассчитывать численно на ЭВМ.

Подставляя (I5) в (I2), находим для частоты локального колебания

$$\omega_L^2 = \frac{\omega_m^2}{1 - (S-1)^2} \quad (I6)$$

Действительно, при $S < 1$ ω_L лежит выше ω_m , т.е. локальное колебание возникает над верхней границей ω_m спектра идеальной цепочки. Локальное колебание возникает именно только в случае более легкой примеси ($S < 1$). Поскольку $G_{00}(\omega_L^2) < 0$ уравнение (I2) не может быть удовлетворено при $S > 1$. Это, как мы знаем, физически естественно, так как общая тенденция заключается в усилении низкочастотных колебаний при возрастании массы колеблющихся частиц.

При $S = 1$ локальная частота возвращается в зону ($\omega_L = \omega_m$). В данном случае локальное колебание возникает уже при бесконечно малом возмущении. Это - характерное свойство использованной одномерной модели. Напоминаем, что в трехмерном случае для возникновения локального колебания требуется величина возмущения, превышающая определенный критический предел. Чем больше возмущение, тем дальше удаляется ω_L от ω_m .

Проверим теперь, затухает ли наше локальное колебание пространственно. Согласно (I0) при участии в локальном колебании $q_n \sim G_{n0}(\omega_L^2) q_0$. В пределе $\omega_L^2 \gg \omega_m^2$ можно в (II) в знаменателе пренебречь вообще всеми $\omega_0^2(k)$ в сравнении с ω_L^2 и $G'_{n0}(\omega_L^2) = (N\omega_L^2)^{-1} \sum_k e^{ikna} = \omega^{-2} \delta_{n0}$ т.е. в локальном колебании участвует только сама примесь. Если не пренебрегать $\omega_0^2(k)$ в $G'_{n0}(\omega_L^2)$, то с ростом n выражение под суммой (подынтегральная функция) быстро осциллирует все и G'_{n0} уменьшается, что определяет пространственно затухающий характер локального колебания.

Локальные колебания типа рассмотренных нами были первыми нетривиальными (в противовес высокочастотным внутренним колебаниям примесных молекул) локальными колебаниями, обнару-

женными экспериментально. Это были нечетные колебания анионной примеси замещения H^- в щелочногалогидных кристаллах (U -центр), обнаруженные в спектрах инфракрасного поглощения. Малая масса иона водорода в сравнении с массой аниона обеспечивает достаточное для возникновения локального колебания динамическое возмущение.

Автор благодарен Г.С. Завту за обсуждение изложения возмущенной динамики кристаллической решетки в курсе теории твердого тела.

ЭЛЕКТРОНЫ НА ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ПОДРЕШЕТКАХ КРИСТАЛЛА— МОДЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ИЛЛУСТРАЦИИ МЕТОДА ДВУХВРЕМЕННЫХ КВАНТОВЫХ ФУНКЦИЙ ГРИНА

Н.Н. Кристофель

Вторая часть курса теории твердого тела, читаемого студентам, специализирующимся по физике твердого тела и теоретической физике (8 семестр), знакомит их с современными методами теории систем многих частиц (современной квантовой статистикой, можно сказать) в схеме квантовых двухвременных функций Грина (используется формулировка Зубарева, УФН, 71, 72, 1960). После реперного рассмотрения идеальных квантовых газов этим методом, до перехода к нетривиальным приближенно решаемым задачам (ангармонизм, рассеяние электронов на фононах) или асимптотически точно решаемым задачам (сверхпроводимость) целесообразно рассмотреть некоторые точно решаемые модельные задачи. В качестве одной из таких автор рассматривал взаимодействующие электроны на двух подрешетках кристалла. В случае электрон-фононной природы этого взаимодействия такая модель имеет иллюстративную ценность в качестве атомной модели вибронного сегнетоэлектрика.

Рассмотрим эту проблему подробнее. Пусть имеется кристалл, состоящий из двух подрешеток a и b , в каждой из которых имеется $\frac{N}{2}$ узлов (полное число атомов равно N , $\frac{N}{2}$ — число элементарных ячеек). Энергию электрона на атоме подре-

сетки a примем за нуль, а на атоме подрешетки b обозначим ϵ . Каждый из этих уровней может быть максимально занят двумя электронами, полное число которых N . Учтем возможность электронных резонансных и индуцированных фононами перескоков между ближайшими соседними узлами из одной подрешетки в другую. Кулоновской энергией взаимодействия электронов будем пренебрегать. Нашу модельную систему описывает гамильтониан

$$H = -\mu \sum_{i\sigma} a_{i\sigma}^{\dagger} a_{i\sigma} + (\epsilon - \mu) \sum_{j\sigma} b_{j\sigma}^{\dagger} b_{j\sigma} + \sum_{ij\sigma} V(ij) [a_{i\sigma}^{\dagger} b_{j\sigma} + b_{j\sigma}^{\dagger} a_{i\sigma}] . \quad (I)$$

Здесь a^{\dagger} ; a и b^{\dagger} ; b - операторы порождения и уничтожения электронов на узлах соответствующих подрешеток, индексы i и j нумеруют узлы, а σ - спиновой индекс. Наличие в (I) химического потенциала μ служит учету постоянства числа частиц в нашей системе, оператор полного числа частиц имеет вид

$$\hat{N} = \sum_{i\sigma} a_{i\sigma}^{\dagger} a_{i\sigma} + \sum_{j\sigma} b_{j\sigma}^{\dagger} b_{j\sigma} . \quad (2)$$

Операторы a и b подчиняются фермиевским перестановочным соотношениям

$$\begin{aligned} a_{i\sigma} a_{i'\sigma'}^{\dagger} + a_{i'\sigma'}^{\dagger} a_{i\sigma} &= \delta_{ii'} \delta_{\sigma\sigma'} \\ b_{j\sigma} b_{j'\sigma'}^{\dagger} + b_{j'\sigma'}^{\dagger} b_{j\sigma} &= \delta_{jj'} \delta_{\sigma\sigma'} \\ a_{i\sigma} a_{i'\sigma'} + a_{i'\sigma'} a_{i\sigma} &= a_{i\sigma}^{\dagger} a_{i'\sigma'}^{\dagger} + a_{i'\sigma'}^{\dagger} a_{i\sigma}^{\dagger} = 0 \\ b_{j\sigma} b_{j'\sigma'} + b_{j'\sigma'} b_{j\sigma} &= b_{j\sigma}^{\dagger} b_{j'\sigma'}^{\dagger} + b_{j'\sigma'}^{\dagger} b_{j\sigma}^{\dagger} = 0 \\ a_{i\sigma} b_{j\sigma}^{\dagger} + b_{j\sigma}^{\dagger} a_{i\sigma} &= 0^* . \end{aligned} \quad (3)$$

* Аналогичное соотношение имеет место для других комбинаций операторов a и b .

Последний член (с V) в (I) описывает взаимодействие между подрешетками - перебросы электронов из решетки b в a (член с $a^\dagger b$) и в обратном направлении ($b^\dagger a$). Детальная структура матричного элемента взаимодействия нам здесь несущественна, она типа

$$V(ij) = T_{ij} + \sum_q V_q(ij) y_q \quad (4)$$

Здесь T_{ij} определяет вероятность резонансных электронных перескоков между ближайшими соседями, а V_q отвечает электрон-фононному взаимодействию, причем y_q - нормальная координата колебаний решетки с волновым вектором \vec{q} . Величину y_q мы считаем классической переменной (с-числом), и в этом смысле мы решаем полуклассическую задачу. При полностью квантовом рассмотрении y_q следовало бы выразить через фоновые операторы порождения и уничтожения $y_q \sim (c_q + c_{-q}^\dagger)$.

Определим запаздывающую двухвременную функцию Грина для подрешетки b

$$G_{jk,\kappa}^b(t,0) = \ll b_{jk}(t) ; b_{\kappa\tau}^\dagger(0) \gg_n \quad (5)$$

Поскольку b являются Ферми-операторами, в (5) используются антикоммутаторы (выбираем $\eta = -1$ в общих соотношениях, приведенных в предыдущих лекциях).

Функция Грина (5) удовлетворяет уравнению

$$i \frac{d G_{jk,\kappa}^b}{dt} = \delta(t) \delta_{jk} \delta_{\kappa\tau} + \ll [b_{jk}, H]_-(t) ; b_{\kappa\tau}^\dagger(0) \gg \quad (6)$$

Мы учли, что $\langle [b_{jk}, b_{\kappa\tau}^\dagger]_+ \rangle = \delta_{jk} \delta_{\kappa\tau}$. Далее нам понадобится уравнение движения для оператора b_{jk} определяемое коммутатором во втором члене на правой стороне (6). Подчеркнем, что в этом месте стоит именно коммутатор (а не антикоммутатор, как в определении (5)), поскольку $[b_{jk}, H]_-$ - отвечает взятию временной производной от b_{jk} .

Рассчитаем, пользуясь соотношениями коммутации (3), следующие выражения

$$\begin{aligned}
 [b_{j\delta}, \sum_{j'\delta'} b_{j'\delta'}^\dagger b_{j'\delta'}]_- &= \sum_{j'\delta'} [b_{j\delta} b_{j'\delta'}^\dagger b_{j'\delta'} - b_{j'\delta'}^\dagger b_{j'\delta'} b_{j\delta}] = \\
 &= \sum_{j'\delta'} [b_{j\delta} b_{j'\delta'}^\dagger b_{j'\delta'} + b_{j'\delta'}^\dagger b_{j\delta} b_{j'\delta'}] = \\
 &= \sum_{j'\delta'} b_{j\delta} [b_{j'\delta'}^\dagger b_{j'\delta'} + \delta_{j\delta} \delta_{j'\delta'} - b_{j'\delta'}^\dagger b_{j'\delta'}] = b_{j\delta} \quad ,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [b_{j\delta}, \sum_{ij\tau} V(ij) (a_{i\tau}^\dagger b_{j\tau} + b_{j\tau}^\dagger a_{i\tau})]_- &= \\
 &= \sum_{ij\tau} V(ij) [b_{j\delta} a_{i\tau}^\dagger b_{j\tau} - a_{i\tau}^\dagger b_{j\tau} b_{j\delta} + b_{j\delta} b_{j\tau}^\dagger a_{i\tau} - \\
 &\quad - b_{j\tau}^\dagger a_{i\tau} b_{j\delta}] = \sum_{ij\tau} V(ij) [-a_{i\tau}^\dagger (b_{j\delta} b_{j'\delta'} + b_{j'\tau} b_{j\delta}) + \\
 &\quad + (b_{j\delta} b_{j'\tau}^\dagger + b_{j'\tau}^\dagger b_{j\delta}) a_{i\tau}] = \\
 &= \sum_{i\tau} V(ij) a_{i\tau} \delta_{\delta\tau} = \sum_i V(ij) a_{i\delta}
 \end{aligned}$$

Уравнение (6) приобретает с использованием вычисленного $[b_{j\delta}, H]_-$ следующий вид:

$$\begin{aligned}
 i \frac{dG_{j\delta, \kappa\tau}^b(t)}{dt} &= \delta(t) \delta_{j\kappa} \delta_{\delta\tau} + (\varepsilon - \mu) G_{j\delta, \kappa\tau}^b(t) + \\
 &\quad + \sum_i V(ij) G_{i\delta, \kappa\tau}^{ab\dagger}(t) \quad .
 \end{aligned} \tag{7}$$

На правой стороне появилась новая, междоузельная функция Грина

$$G_{il, \kappa\tau}^{ab+}(t) = \langle\langle a_{il}(t); b_{\kappa\tau}^+(0) \rangle\rangle, \quad (8)$$

связанная с наличием взаимодействия между подрешетками. Мы также убеждаемся в том, что (как говорилось ранее) определение одной функции Грина в задаче повлечет за собой автоматически появление всех остальных функций Грина, актуальных в данной проблеме. Следуя общей схеме, составим теперь уравнение для междоузельной функции Грина

$$i \frac{d G_{il, \kappa\tau}^{ab+}(t)}{dt} = \langle\langle [a_{il}, H]_-(t); b_{\kappa\tau}^+(0) \rangle\rangle. \quad (9)$$

Аналогично предыдущему найдем коммутаторы

$$[a_{il}, \sum_{i'\tau} a_{i'\tau}^+ a_{i'\tau}]_- = a_{il}$$

$$[a_{il}, \sum_{i'\tau} \sum_j V(ij) (a_{i'\tau}^+ b_{j\tau} + b_{j\tau}^+ a_{i'\tau})]_- = \sum_j V(ij) b_{j\tau},$$

после чего уравнение (9) приобретает вид

$$i \frac{d G_{il, \kappa\tau}^{ab+}(t)}{dt} = -\mu G_{il, \kappa\tau}^{ab+}(t) + \sum_j V(ij) G_{j\tau, \kappa\tau}^{b-}(t). \quad (10)$$

На правой стороне (10) стоят только определенные ранее функции Грина, т.е. цепочка уравнений для функций Грина в данном примере замкнулась автоматически, без использования каких-то насильственных приближенных приемов аппроксимации функций Грина более высоких порядков функциями более низких порядков. Это связано с простой биквадратичной формой оператора взаимодействия в нашей модельной задаче.

Переходя к Фурье-образам функций Грина

$$G'(t) = \int G'(\omega) e^{-i\omega t} d\omega,$$

как мы знаем, следует в уравнениях (7) и (10) заменить $i \frac{d}{dt}$ на ω , δ -функцию на $\frac{1}{2\pi}$, а $G(t) \rightarrow G(\omega)$, так что наша система уравнения приобретет вид

$$\omega G'_{j,\kappa\tau}(\omega) = \frac{\delta_{j\kappa} \delta_{\kappa\tau}}{2\pi} + (\varepsilon - \mu) G'_{j,\kappa\tau}(\omega) + \sum_i V(ij) G'_{i,\kappa\tau}(\omega) \quad (II)$$

$$\omega G'_{i,\kappa\tau}(\omega) = -\mu G'_{i,\kappa\tau}(\omega) + \sum_j V(ij) G'_{j,\kappa\tau}(\omega). \quad (I2)$$

Кстати, мы видим, что только одно из уравнений этой системы имеет неоднородный член, и нет проблем с однозначностью связи между Фурье-образом функции Грина и спектральной интенсивностью корреляционной функции.

Из (I2) находим

$$G'_{i,\kappa\tau}(\omega) = \frac{1}{\omega + \mu} \sum_j V(ij) G'_{j,\kappa\tau}(\omega) \quad (I3)$$

и, подставляя эту функцию в (II), приходим к уравнению

$$(\omega - \varepsilon + \mu) G'_{j,\kappa\tau}(\omega) = \frac{\delta_{j\kappa} \delta_{\kappa\tau}}{2\pi} + \frac{1}{\omega + \mu} \cdot \sum_{ij'} V(ij) V(ij') G'_{j',\kappa\tau}(\omega). \quad (I4)$$

Учтем теперь, что взаимодействие между узлами зависит только от расстояния между ними, т.е. $V(ij) = V(i-j)$, так что

$$\sum_i V(ij) V(i-j') = \sum_n V(n) V(n+j-j') = F(j-j'). \quad (I5)$$

Положим в (I4) индекс $\kappa = 0$, а пару спиновых индексов $\sigma\tau$ выделим ($G'_{j,0\sigma\tau} = G'_{j,\sigma\tau}$). Тогда с учетом (I5) после переобозначения индексов суммирования будем иметь

$$(\omega - \varepsilon + \mu) G'_{j,\sigma\tau}(\omega) = \frac{\delta_{j\sigma} \delta_{\sigma\tau}}{2\pi} + \frac{1}{\omega + \mu} \sum_{j'} F(j-j') G'_{j-j',\sigma\tau}(\omega). \quad (I6)$$

Это уравнение решается подстановкой

$$G_{j,ik}^b = \sum_{\vec{k}} A_{\vec{k}} e^{i\vec{k}\vec{R}_j}, \quad (17)$$

учитывающей трансляционную симметрию кристалла. Обозначив

$$F_{\vec{k}} = \sum_j F(j) e^{-i\vec{k}\vec{R}_j} \quad (18)$$

и учитывая, что

$$\sum_j e^{-i(\vec{k}-\vec{k}')\vec{R}_j} = \frac{N}{2} \delta_{\vec{k}\vec{k}'}, \quad (19)$$

из (16) находим

$$A_{\vec{k}} = \frac{\delta\epsilon}{\pi N} \frac{1}{\omega - \epsilon + \mu + (\omega + \mu)^{-1} F_{\vec{k}}} \quad (20)$$

Следовательно, искомые функции Грина по (20), (17) и (13) имеют вид

$$G_{j,ik}^b(\omega) = \frac{\delta\epsilon}{\pi N} \sum_{\vec{k}} \frac{e^{i\vec{k}\vec{R}_j}}{\omega - \epsilon + \mu - (\omega + \mu)^{-1} F_{\vec{k}}} \quad (21)$$

$$G_{i,j,k}^{ab+}(\omega) = \frac{\delta\epsilon}{\pi N} \sum_{\vec{k}} \frac{\sum_{i'} V(i-j') e^{i\vec{k}(\vec{R}_{j'} - \vec{R}_i)}}{(\omega - \epsilon + \mu)(\omega + \mu) + F_{\vec{k}}} \quad (22)$$

Тем самым выполнен первый, самый важный этап решения задачи. Аналогичные функции Грина могут быть определены для подрешетки a , и студентам предлагается проверить по изложенной схеме, что они имеют вид

$$G_{i,ik}^a(\omega) = \frac{\delta\epsilon}{\pi N} \sum_{\vec{k}} \frac{e^{i\vec{k}\vec{R}_i}}{\omega + \mu - (\omega - \epsilon + \mu)^{-1} F_{\vec{k}}} \quad (23)$$

$$G_{i,j,k}^{ba+}(\omega) = \frac{\delta\epsilon}{\pi N} \sum_{\vec{k}} \frac{\sum_{i'} V(i-j') e^{i\vec{k}(\vec{R}_i - \vec{R}_{j'})}}{(\omega + \mu)(\omega - \epsilon + \mu) + F_{\vec{k}}} \quad (24)$$

Спектр элементарных возбуждений системы определяется полюсами функций Грина. Мы видим, что для этого можно воспользоваться любой из определенных функций, как и должно быть. Решая соответствующее квадратичное уравнение, находим

$$\omega_{2,1}(\vec{k}) = -\mu + \frac{\varepsilon}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\varepsilon^2 + 4F\vec{k}}. \quad (25)$$

Для полного определения этого спектра следует еще найти химический потенциал μ . Ясно, однако, что мы получили две ветви (зоны) элементарных возбуждений, уширенных в результате взаимодействия подрешеток (произошло снятие многократного вырождения исходных электронных уровней). Индекс \vec{k} является квазиволновым вектором и различает состояния внутри зон. Его допустимые значения определяются, как обычно, граничными условиями. В той мере, в какой V и, следовательно, F определяются электрон-фононным взаимодействием, зоны (25) уже не чисто электронные. Им отвечают элементарные возбуждения, представляющие собой "смесь" электронов и фононов. Наличие квадратичного корня, типа встречающегося в (25), в конечном результате свидетельствует о том, что мы решили задачу точно, без привлечения разложения по степеням $\frac{V}{\varepsilon}$, как это имеет место в конечных порядках теории возмущений.

Перейдем теперь к нахождению спектральной интенсивности корреляционных функций, средних чисел заполнения подрешеток и μ . Знаменатели в функциях Грина можно писать в виде $(\omega - \omega_1(\vec{k}))(\omega - \omega_2(\vec{k}))$ и, пользуясь тождеством

$$\frac{1}{(\omega - \omega_1(\vec{k}))(\omega - \omega_2(\vec{k}))} = \frac{1}{\omega_2(\vec{k}) - \omega_1(\vec{k})} \left(\frac{1}{\omega - \omega_2(\vec{k})} - \frac{1}{\omega - \omega_1(\vec{k})} \right), \quad (26)$$

перепишем $G_{0,0}^{\beta} \equiv G^{\beta}$ в виде

$$G^{\beta}(\omega) \equiv \frac{1}{\pi N} \sum_{\vec{k}} \frac{\omega + \mu}{\omega_2(\vec{k}) - \omega_1(\vec{k})} \left[\frac{1}{\omega - \omega_2(\vec{k})} - \frac{1}{\omega - \omega_1(\vec{k})} \right]. \quad (27)$$

Интенсивность соответствующей корреляционной функции определяется соотношением ($\theta = k_B T$)

$$G_\theta(\omega + i\epsilon) - G_\theta(\omega - i\epsilon) = \gamma_\theta(\omega)(-i)\left(e^{\frac{\omega}{\theta}} + 1\right). \quad (28)$$

Выделение действительной и мнимой частей функций Грина при их аналитическом продолжении на комплексную плоскость происходит, как обычно, на основании соотношения

$$\frac{1}{x \pm i\eta} = p \frac{1}{x} \mp i\pi \delta(x), \quad \eta \rightarrow 0^+. \quad (29)$$

Получаем

$$\gamma_\theta(\omega) = \frac{2}{N} \sum_{\vec{k}} \frac{\omega + \mu}{(\omega_2(\vec{k}) - \omega_1(\vec{k}))(e^{\frac{\omega}{\theta}} + 1)} [\delta(\omega - \omega_2(\vec{k})) - \delta(\omega - \omega_1(\vec{k}))]. \quad (30)$$

Как мы знаем, δ -функциональный характер $\gamma_\theta(\omega)$ является признаком того, что найденные элементарные возбуждения стабильны, т.е. обладают бесконечным временем жизни.

Для числа заполнения отдельного узла j подрешетки b

$$\bar{n}_{bj} = \sum_i \langle b_{ji}^+ b_{ji} \rangle = \sum_j F_{bj}(t=0) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \int \gamma_\theta(\omega) d\omega \quad (31)$$

с помощью (30) находим выражение, которое определяет заполнение всей подрешетки в соответствии с $\bar{N}_b = \sum_j \bar{n}_{bj} = \frac{N}{2} \bar{n}_b$:

$$\bar{N}_b = 2 \sum_{\vec{k}} \frac{1}{\omega_2(\vec{k}) - \omega_1(\vec{k})} \left[\frac{\omega_2(\vec{k}) + \mu}{e^{\frac{\omega_2(\vec{k})}{\theta}} + 1} - \frac{\omega_1(\vec{k}) + \mu}{e^{\frac{\omega_1(\vec{k})}{\theta}} + 1} \right]. \quad (32)$$

Аналогично

$$\bar{N}_a = 2 \sum_{\vec{k}} \frac{1}{\omega_2(\vec{k}) - \omega_1(\vec{k})} \left[\frac{\omega_2(\vec{k}) - \epsilon + \mu}{e^{\frac{\omega_2(\vec{k})}{\theta}} + 1} - \frac{\omega_1(\vec{k}) - \epsilon + \mu}{e^{\frac{\omega_1(\vec{k})}{\theta}} + 1} \right]. \quad (33)$$

Учитывая смысл $\omega_{2,1}(\vec{k})$, по (25) получим для полного числа частиц

$$N = \bar{N}_a + \bar{N}_b = 2 \sum_{\vec{k}} \left[\frac{1}{e^{\frac{\omega_2(\vec{k})}{\theta}} + 1} + \frac{1}{e^{\frac{\omega_1(\vec{k})}{\theta}} + 1} \right]. \quad (34)$$

Это уравнение и определяет химический потенциал μ . Поскольку $\sum_{\vec{k}} 1 = \frac{N}{2}$, из (34) следует, что $\omega_2(\vec{k}) = -\omega_1(\vec{k})$ и

$$\mu = \frac{\varepsilon}{2}$$

$$\omega_{1,2}(\vec{k}) = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\varepsilon^2 + 4F_{\vec{k}}} = \pm \frac{\varepsilon(\vec{k})}{2}. \quad (35)$$

Соответственно

$$\bar{N}_a = \sum_{\vec{k}} \frac{1}{\varepsilon(\vec{k})} \left[\frac{\frac{\varepsilon(\vec{k})}{2} - \varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon(\vec{k})}{2\theta}} + 1} + \frac{\frac{\varepsilon(\vec{k})}{2} + \varepsilon}{e^{-\frac{\varepsilon(\vec{k})}{2\theta}} + 1} \right]$$

$$\bar{N}_b = \sum_{\vec{k}} \frac{1}{\varepsilon(\vec{k})} \left[\frac{\frac{\varepsilon(\vec{k})}{2} + \varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon(\vec{k})}{2\theta}} + 1} + \frac{\frac{\varepsilon(\vec{k})}{2} - \varepsilon}{e^{-\frac{\varepsilon(\vec{k})}{2\theta}} + 1} \right]. \quad (36)$$

Теперь мы можем рассчитать статистические средние от различных интересующих нас операторов. В первую очередь, интерес представляет среднее значение гамильтониана, т.е. энергия (не свободная энергия) системы при данной температуре. С учетом того, что $\mu = \frac{\varepsilon}{2}$ имеем

$$\bar{H} = \frac{\varepsilon}{2} (\bar{N}_b - \bar{N}_a) + \sum_{ij} \sum_{\vec{k}} V(ij) e^{i\vec{k}(\vec{r}_i - \vec{r}_j)} [\langle a_{i\vec{k}}^+ b_{j\vec{k}} \rangle + \langle b_{j\vec{k}}^+ a_{i\vec{k}} \rangle]. \quad (37)$$

Остается вычислить средние от произведения операторов, описывающих взаимодействие подрешеток в (37). Это происходит стандартным путем, аналогично вычислению \bar{N}_a , \bar{N}_b , на основании межподрешеточных функций Грина (22) и (24).

Спектральные интенсивности соответствующих корреляционных функций имеют вид

$$I_{ab}^+(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{\vec{k}} \frac{\sum_{ij} V(ij) e^{i\vec{k}(\vec{r}_i - \vec{r}_j)}}{\varepsilon(\vec{k}) (e^{\frac{\omega}{\theta}} + 1)} [\delta(\omega - \omega_2(\vec{k})) - \delta(\omega - \omega_1(\vec{k}))]$$

$$I_{ba}^+(\omega) = \frac{2}{N} \sum_{\vec{k}} \frac{\sum_{ij} V(ij) e^{i\vec{k}(\vec{r}_i - \vec{r}_j)}}{\varepsilon(\vec{k}) (e^{\frac{\omega}{\theta}} + 1)} [\delta(\omega - \omega_2(\vec{k})) - \delta(\omega - \omega_1(\vec{k}))], \quad (38)$$

в связи с чем

$$\begin{aligned} \langle b_{j\mu}^+ a_{i\mu} \rangle &= \frac{2}{N} \sum_{\vec{k}} \sum_{j'} \frac{V(i-j')}{\varepsilon(\vec{k})} e^{i\vec{k}(\vec{r}_{j'} - \vec{r}_j)} \left[\frac{1}{e^{\frac{\varepsilon(\vec{k})}{2\theta} + 1}} - \frac{1}{e^{-\frac{\varepsilon(\vec{k})}{2\theta} + 1}} \right] \\ \langle a_{i\mu}^+ b_{j\mu} \rangle &= \frac{2}{N} \sum_{\vec{k}} \sum_{j'} \frac{V(i'-j')}{\varepsilon(\vec{k})} e^{i\vec{k}(\vec{r}_i - \vec{r}_{i'})} \left[\frac{1}{e^{\frac{\varepsilon(\vec{k})}{2\theta} + 1}} - \frac{1}{e^{-\frac{\varepsilon(\vec{k})}{2\theta} + 1}} \right] \end{aligned} \quad (39)$$

Рассчитаем далее

$$\begin{aligned} \sum_{ij} \sum_{\vec{k}} \langle a_{i\mu}^+ b_{j\mu} \rangle &= \frac{4}{N} \sum_{ij} \sum_{\vec{k}} \sum_{\vec{k}'} \varepsilon^{-1}(\vec{k}) V(i-j) V(i'-j') \cdot \\ &e^{i(\vec{r}_i - \vec{r}_{i'})\vec{k}} \left[\frac{1}{e^{\frac{\varepsilon(\vec{k})}{2\theta} + 1}} - \frac{1}{e^{-\frac{\varepsilon(\vec{k})}{2\theta} + 1}} \right] \end{aligned} \quad (40)$$

Вспомогая, что

$$\sum_j V(i-j) V(i'-j') = F(i-i'),$$

находим

$$\begin{aligned} \sum_{i,i'} F(i-i') e^{i\vec{k}(\vec{r}_i - \vec{r}_{i'})} &= \sum_i e^{i\vec{k}\vec{r}_i} \sum_{i'} F(i-i') e^{-i\vec{k}\vec{r}_{i'}} = \\ &= \sum_i e^{i\vec{k}\vec{r}_i} e^{-i\vec{k}\vec{r}_i} \sum_i F(i) e^{i\vec{k}\vec{r}_i} = F_{\vec{k}} \sum_i 1 = \frac{N}{2} F_{\vec{k}}. \end{aligned}$$

Выражение (40) оказывается равным

$$\sum_{\vec{k}} \frac{2F_{\vec{k}}}{\varepsilon(\vec{k})} \left[\frac{1}{e^{\frac{\varepsilon(\vec{k})}{2\theta} + 1}} - \frac{1}{e^{-\frac{\varepsilon(\vec{k})}{2\theta} + 1}} \right], \quad (41)$$

а второй член с $\langle b_{j\mu}^+ a_{i\mu} \rangle$ в (37) дает точно такой же вклад в \bar{H} . С учетом (36) и (41), помня, что $\varepsilon^2(\vec{k}) = \varepsilon^2 + 4F_{\vec{k}}$, из (37) следует

$$\bar{H} = \sum_{\vec{k}} \varepsilon(\vec{k}) \left[\frac{1}{e^{\frac{\varepsilon(\vec{k})}{2\theta} + 1}} - \frac{1}{e^{-\frac{\varepsilon(\vec{k})}{2\theta} + 1}} \right] \quad (42)$$

Этот итоговый результат весьма красив, хотя и ожидаем. Средняя энергия нашего кристалла является суммой энергий частиц, подчиняющихся статистике Ферми в двух зонах с энергиями $\pm \frac{1}{2} \epsilon(\vec{k})$, причем каждое состояние с данным \vec{k} занято двумя частицами с противоположными спинами.

ИЗУЧЕНИЕ ЭФФЕКТА МЁССБАУЭРА В ФИЗИЧЕСКОМ ПРАКТИКУМЕ

Л. А. Пунг

Для студентов третьего курса физического отделения ТГУ на кафедре экспериментальной физики организовано четыре практикума. В этих практикумах студенты изучают спектроскопические методы, рентгеновскую физику, вакуумную технику и ядерную физику.

В практикуме по ядерной физике, кроме традиционных работ по методам регистрации и поглощения ионизирующих излучений, нами внедрена и работа, в которой изучается эффект Мёссбауэра [1].

Более подробное изучение эффекта Мёссбауэра помогает усвоить лекционный курс по ядерной физике.

Экспериментальная установка для измерения эффекта Мёссбауэра построена по классической структурной схеме и состоит из следующих основных узлов:

а) электродинамический привод, обеспечивающий перемещение источника относительно поглотителя (привод состоит из вибратора и блока обратной связи, обеспечивающего отработку заданного характера изменения скорости);

б) сцинтилляционный блок детектирования;

в) усилитель импульсов;

г) дискриминатор, обеспечивающий выделение фотопика резонансного γ -излучения из энергетического спектра источника;

д) блок формирования задающих сигналов скорости, обеспечивающий формирование сигналов пилообразной, прямоугольной и трапециевидальной формы;

е) таймер, задающий время измерения при каждом значении

скорости в режиме набора спектра на постоянных скоростях или регистрирующий заданное число импульсов в режиме реперного измерения;

ж) пересчетные каналы, обеспечивающие набор информации N_{v+} , N_{v-} , соответствующие положительным и отрицательным значениям скорости при работе на постоянных скоростях;

з) блок коммутации, обеспечивающий логическую связь блоков спектрометра в процессе набора информации;

и) цифропечатающее устройство.

При работе в режиме постоянных скоростей вибратор обеспечивает периодическое перемещение источника относительно поглотителя с постоянной скоростью. Дискретно изменяя значение скорости и каждый раз измеряя интенсивность прошедшего через поглотитель излучения (запись с пересчетных каналов N_{v+} и N_{v-} на цифропечатающее устройство), получают мёссбауэровский спектр, характерный для данного поглотителя. Перенос данных на ленту цифропечатающего блока происходит по окончании каждого замера на своей скорости, длительность которого устанавливается временем измерения или числом импульсов. Переключение следующей скорости и включение начала следующего измерения происходит автоматически.

При работе в режиме постоянных ускорений скорость источника линейно возрастает со временем, а импульсы, регистрируемые детектором, поступают с дискриминатора в различные каналы анализатора таким образом, что номер канала становится пропорциональным скорости движения.

При изучении эффекта Мёссбауэра используются следующие поглотители:

а) железо, б) железистосинеродистый калий (желтая кровяная соль), в) нитропруссид натрия (НПН) и г) окись железа.

Спектр железа (состоит из 6 линий) используется в данной работе для вычисления цены деления канала и определения номера реперного канала. При построении спектра железа по каналам можно по максимумам поглощения (минимумы в спектре) калибровать отдельные каналы по скоростям и по центру спектра определить номер реперного канала.

Железистосинеродистый калий имеет одиночную линию, лежащую вблизи нулевой скорости относительно источника ⁵⁷Со в

палладии, и используется для определения величины эффекта Мёссбауэра ε_0 в максимуме поглощения

$$\varepsilon_0 = \frac{N_\infty - N_0}{N_\infty},$$

где N_∞ - число отсчетов при бесконечно большой скорости (вдали от резонанса) и N_0 - число отсчетов при скорости, соответствующей максимуму резонанса. Из опытных данных определяется ширина линии Γ , изомерное смещение S относительно железа и вычисляется время жизни возбужденного состояния ядра.

После построения спектра по точкам определяется ширина $\Gamma_{\text{эксп}}$. Для нахождения величины $\Gamma_{\text{эксп}}$ исходят из числа каналов на уровне $(N_\infty - N_0)/2$ и по известной цене деления одного канала вычисляется $\Gamma_{\text{эксп}}$ в единицах мм/с. В связи с тем, что линия в действительности уширена за счет толщины поглотителя ($\Gamma_{\text{эксп}} > 2\Gamma$), можно ввести поправочный коэффициент, который дает выражение

$$\Gamma_{\text{эксп}} = \Gamma(2,02 + 0,29x - 0,005x^2) \text{ при } 4 \leq x \leq 10.$$

Здесь x - эффективная толщина поглотителя, равная $x = f' n_0 \sigma_0$, где n_0 - число ядер ^{57}Fe на 1 см^2 образца в направлении падающего луча γ -излучения, $\sigma_0 = 2,56 \cdot 10^6$ барн - сечение захвата γ -кванта в резонансе, f' - вероятность ЯГР поглотителя (для нашего объекта $f' = 0,45$). Из $\Gamma_{\text{эксп}}$ вычисляется Γ , которая переводится в электронвольты. Затем можно вычислить время жизни возбужденного уровня со спиновым квантовым числом $I = 3/2$ ядра ^{57}Fe .

НПН имеет мёссбауэровский спектр в виде квадрупольного дублета. Из опытных данных определяем величину эффекта ε_0 , ширину линии $\Gamma_{\text{эксп}}$, изомерное смещение S относительно железа и квадрупольное расщепление ΔE_Q .

$\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ представляет собой антиферромагнетик с высокой точкой Нееля. При комнатной температуре мёссбауэровский спектр $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ состоит из 6 линий. Этот образец используется для определения изомерного сдвига относительно железа (S). Центр спектра $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ можно вычислить по формуле

$$S = \frac{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_4}{4}.$$

При комнатной температуре квадрупольное расщепление в случае $\alpha - \text{Fe}_2\text{O}_3$ можно определить по формуле

$$\Delta E_Q = \frac{1}{4} (|\nu_2 - \nu_1| - |\nu_6 - \nu_5|).$$

Еще из опытных данных вычисляется величина локального магнитного поля, создаваемого электронами в месте расположения ядра ^{57}Fe в Fe_2O_3 и магнитный момент первого возбужденного состояния ядра ^{57}Fe .

Литература

1. Изучение характеристик ядер с помощью эффекта Мёссбауэра в практикуме по ядерной физике / Сост. Ю.Я. Лембра, Л.А. Пунг. - Тарту: ТГУ, 1984.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРА "ЭЛЕКТРОНИКА МК 64" В ПРАКТИКУМЕ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ

А.Э. Виссел, М.Р. Лаан

При внедрении элементов вычислительной техники в практикум по общей физике часто пользуются ЭВМ в таких случаях, где реальной пользы от этого нет. На наш взгляд, при введении вычислительной техники необходимо придерживаться следующих принципов:

а) ЭВМ применять лишь тогда, когда ожидается явный выигрыш в точности определения величин, в надежности управления экспериментом, в оперативности и качестве обработки данных и т.д.;

б) вводить в учебный процесс такие новые современные

опыты, которые стали реальными благодаря применению ЭВМ;

в) следить, чтобы затрачиваемое время и умственные усилия студентов, направленные на обслуживание ЭВМ, не стали доминирующими. Физическая суть опыта должна оставаться на первом плане.

При такой постановке задачи возникает ряд проблем. Главная из них заключается в том, что распространенные учебные эксперименты разрабатывались, селективались и развивались в условиях, когда ЭВМ не было. Они устояли как оптимальные именно для традиционной техники.

На современном этапе прибавляются еще два осложнения:

а) возможности широкодоступной вычислительной техники пока скромны;

б) подготовка студентов младших курсов по программированию является слабой.

Учитывая вышеизложенные соображения, мы в практикуме по общей физике начали с конкретной работы "Определение коэффициента теплопроводности плохих проводников тепла" [1, с.60]. Установка для этого опыта состоит из двух медных блоков 1 и 2, между которыми помещают пластинку из исследуемого материала 3 (рис. 1). Верхний блок держат при постоянной температуре (при температуре кипения воды). Нижний блок хорошо изолирован от верхнего: его температура повышается лишь по мере прохождения тепла через образец. Изменение температуры нижнего блока определяют при помощи термопары.

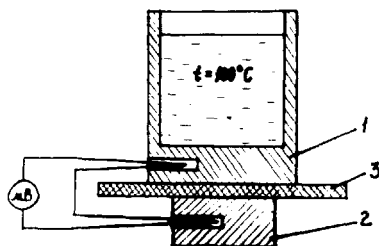


Рис. 1.

При выводе рабочих формул исходят из дифференциального уравнения

$$-cm dN = \lambda S N \frac{dt}{l}, \quad (1)$$

где левая часть выражает количество теплоты, поглощаемое нижним блоком опытной установки, правая - количество теплоты, прошедшее через образец путем теплопроводности. В уравнении использованы следующие обозначения: c - удельная теплоемкость нижнего блока; m - масса нижнего блока; N - показание измерительного прибора; λ - коэффициент теплопроводности; t - время; l - толщина опытного образца.

Разделив переменные, получим уравнение

$$-cm \frac{dN}{N} = \frac{\lambda S}{l} dt, \quad (2)$$

интегрирование которого даст

$$\ln N = \ln N_0 - \frac{\lambda S t}{m l c}, \quad (3)$$

где N_0 - значение N в момент времени $t = 0$. Формула (3) является уравнением прямой в координатной системе $\ln N$ и t . Из значения наклона прямой можно вычислить коэффициент теплопроводности λ .

Хотя полученная зависимость (3) линейна, опытный график имеет два отклонения от линейности (рис. 2). Первое отклонение (зона I) обусловлено тем, что линейный профиль температуры в **изучаемом** веществе устанавливается не сразу. Второе отклонение (зона III) есть результат того, что изоляция нижнего блока не идеальна, и по мере повышения его температуры увеличиваются потери тепла в окружающее пространство.

Значение э.д.с. термопары не превышает 10 мВ. Раньше для определения ее зависимости от времени применяли потенциометр постоянного тока П-63 и секундомер. Одновременно приходилось следить за тремя шкалами, манипулировать двумя

ручками и кнопками, а также письменными принадлежностями. Требовалась значительная сноровка. В большинстве случаев успевали произвести не более 2-х измерений в минуту. При тонких образцах эксперимент длился приблизительно 5 минут. На основе 10 измерений, которые за это время успевали сделать, невозможно было добиться удовлетворительной достоверности при вычерчивании графика типа рис. 2.

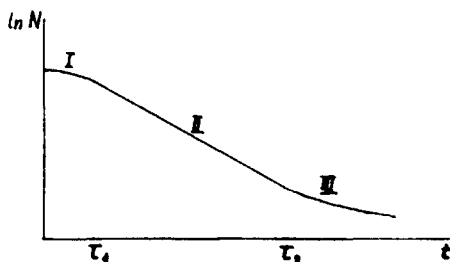


Рис. 2.

Для более точной регистрации этой зависимости нами используется программируемый микрокалькулятор "Электроника М-64". Кроме задач, традиционных для программируемого микрокалькулятора, этот прибор дает еще следующие возможности:

- а) обмен цифровой информацией с внешними устройствами;
- б) прием и обработка аналоговой информации.

Однако следует отметить, что прием и обработка аналоговой информации производится только однократно. Для повторения этих операций требуется вмешательство человека или присоединение внешних устройств, стоимость которых не меньше самого микрокалькулятора [2, с. 52].

У нас используется простой блок автоматического запуска, позволяющий повторить цикл работы многократно. Такой способ работы показан на рис. 3.

При прохождении в программе специального кода цифropечати на разъем микрокалькулятора выдается сигнал запуска цифropечатного устройства "Пуск ЦПУ". От этого сигнала начинает работать блок автоматического запуска. Первая ступень его формирует время задержки, в течение которого микрокалькуля-

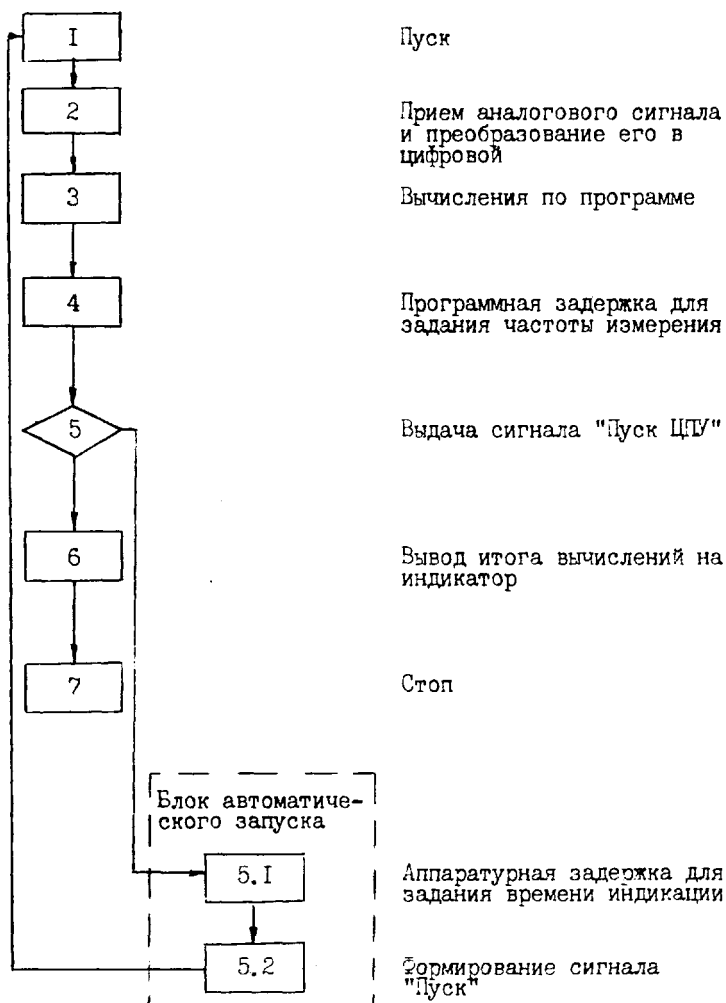


Рис. 3.

тор останавливается, и итог вычислений выводится на индикатор. Время индикации определено элементами $R8$, $R9$ и $C2$ (рис. 4). По истечении времени задержки формируется импульс

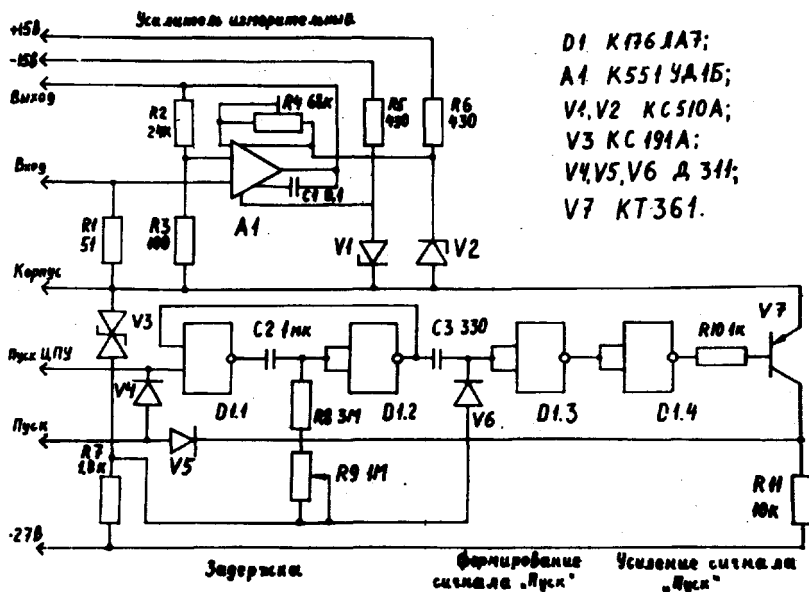


Рис. 4.

повторного запуска, который передается после усиления через развязывающие диоды V4 и V5 на разъем микрокалькулятора "Пуск". Кроме блока запуска необходим еще предварительный усилитель измерения. Он выполнен на основе дифференциального усилителя К501 УД 1Б (см. рис. 4).

Все дополнительные устройства смонтированы на единой печатной плате, установленной в корпус микрокалькулятора.

Переоборудованный таким образом микрокалькулятор позволяет повысить частоту измерений и соответственно количество точек для вычерчивания графика до 5 раз. Линейный участок определяется не менее чем 20 точками. Логарифмирование, предусмотренное зависимостью (3), выполняет микрокалькулятор программно, на индикатор выводится уже значение $\ln N$. Общая длина программы не превышает 15 шагов.

Для сравнения качества старого и нового методов на рис. 5 приведены гистограммы.

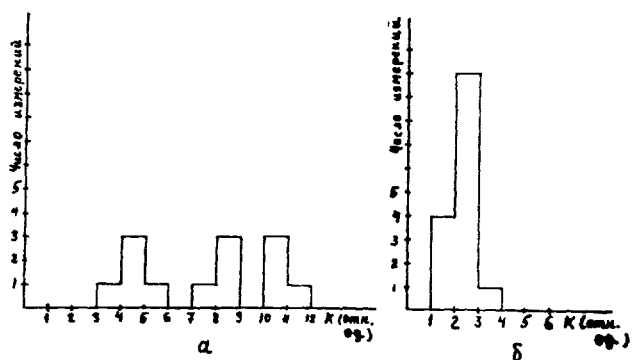


Рис. 5.

На гистограмме *а* показано, как распределились результаты определения наклона старым способом. 13 студентов провели по одному испытанию одной пластины из текстолита, толщиной 0,57 мм. Гистограмма *б* иллюстрирует новый способ. 4 студента и 1 преподаватель провели в общей сложности 13 опытов. Один человек выполнял не более 3 опытов.

Условия групп опытов явно не одинаковы. В первом случае роль субъективных факторов больше. Несмотря на это, налицо уменьшение разброса результатов при работе по новому методу.

Возможности микрокалькулятора позволяют произвести обработку данных еще другим способом. При этом студентам открывается суть определенного интереса как суммы, объемистую работу вычисления суммы выполняет микрокалькулятор.

По этой методике интегрирование исходного уравнения (2)

$$-cm \int \frac{dN}{N} = \frac{\lambda S}{l} \int dt \quad (4)$$

заменяется суммированием:

$$-cm \sum \frac{\Delta N}{N} = \frac{\lambda S}{l} \sum \Delta t. \quad (5)$$

В программе микрокалькулятора предусмотрено:

а) после выполнения очередного измерения N_i вычисление $\ln N_i$ и выведение на индикатор;

б) вычисление $\frac{N_i - N_{i-1}}{N_i}$ и суммирование полученного результата с содержанием одной ячейки памяти. Сумма выводится на индикатор. Это и есть $\sum \frac{\Delta N}{N}$ в уравнении (5).

Таким образом студенты, записывая показания микрокалькулятора, получают таблицу:

t	$\ln N$	$\sum \frac{\Delta N}{N}$
1	2	3

На основе второго столбца таблицы вычерчивают график зависимости $\ln N = f(t)$. На графике определяют моменты времени начала τ_1 и конца τ_2 линейного участка графика (участка времени, в течение которого процесс теплопроводности протекал в соответствии с нашими теоретическими формулами). На основе третьего столбика таблицы вычисляют

$$\sum \frac{\Delta N}{N} = \left[\frac{\Delta N}{N} \right]_{\tau_2} - \left[\frac{\Delta N}{N} \right]_{\tau_1} \quad (6)$$

Теперь можно определить

$$\lambda = \frac{cm\ell \sum \frac{\Delta N}{N}}{S(\tau_2 - \tau_1)}.$$

Результаты вычислений обоими методами отличаются не более 1,5%.

Модернизацией работы достигнуто:

- четкое выделение линейного участка экспериментальной кривой;
- возможности варьирования методики обработки данных;
- органическое включение вычислительной техники в учебный эксперимент.

Считаем своим долгом выразить благодарность доц. К. Куду

за материалы, представленные нам для сравнения методов.

Литература

1. Руководства к лабораторным работам по молекулярной физике. Тарту, 1981.
2. Микрокалькулятор "Электроника МК 64": Техническое описание и инструкция по эксплуатации.

РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ-ВЕЧЕРНИКОВ ПО ФИЗИКЕ

М.М. Соминский

Практика преподавания физики на вечернем отделении показывает, что большинство студентов в течение семестра основное время самостоятельных занятий посвящает оформлению отчетов по лабораторным работам и решению задач при подготовке к контрольным.

Знание основных формул, определений, законов и некоторых следствий из них необходимо студенту для получения зачета по лабораторному практикуму, однако тщательная самостоятельная проработка лекционного материала, как правило, откладывается на время сессии. В результате - большая перегрузка при подготовке к экзамену и, как следствие, значительное число неявок и неудовлетворительных оценок.

Очевидно, что возможность улучшить положение связана с поиском эффективных форм стимулирующего контроля усвоения лекционного материала студентами-вечерниками. С этой целью на вечернем отделении общетехнического факультета ТПИ проводилась письменная рубежная контрольная работа по классической механике в течение 45 мин за счет лекционного времени. Из этого времени 25 мин давалось для ответа на один из 17 экзаменационных вопросов (каждый студент брал билет, как на экзамене). Еще 20 мин отводилось для ответа на один из восьми вариантов заданий, состоящих из 10 коротких вопросов,

включающих основные определения, формулировки законов механики, выражения и графики зависимостей, а также короткие качественные задачи. Содержание всех 80 коротких вопросов было известно студентам заранее.

Студентам, получившим неудовлетворительную оценку, предоставлялась одна попытка для переписки через 10 дней в неучебное время.

В результате с работой успешно справились 84% из числа студентов, посещавших лекции по физике.

Стимулом для серьезной подготовки к рубежной контрольной работе являлось условие, согласно которому положительная оценка за эту работу автоматически учитывалась на семестровом экзамене в качестве оценки за первый из трех вопросов билета, т.е. объем материала для подготовки к экзамену мог быть сокращен на одну треть.

При желании улучшить свою оценку студент имел право на экзамене отвечать и на первый вопрос билета. Этим воспользовались только 14% из отвечающих.

Как известно, одна из причин низкой успеваемости на вечернем отделении – неявка студентов на экзамен. Нужно отметить, что из числа написавших рубежную работу на экзамен явились 95% и успешно сдали 91% студентов. Естественно, что студент, который в середине семестра сделал существенный вклад в дело сдачи экзамена, психологически настроен на то, чтобы довести это дело до конца.

Студенты-вечерники в течение третьего семестра выполняют также две контрольные работы по решению задач (первая из них – по механике) и сдают письменный зачет по лабораторным работам. Анализ результатов первой контрольной работы и зачета показывает, что предварительно проведенная теоретическая контрольная работа помогает лучше выполнить и другие виды работ по курсу физики.

Таким образом, рубежный контроль знаний стимулирует активную работу по усвоению лекционного материала, помогает студентам при подготовке к другим видам контроля, способствует более равномерному распределению нагрузки в течение семестра и в результате этого повышает успеваемость.

О ПСИХОЛОГИЧЕСКОМ ИССЛЕДОВАНИИ СТУДЕНТОВ ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНОГО ПРОФИЛЯ

Э.Ю. Пунг

До сих пор наука не выработала достаточно надежных критериев отбора подходящих кандидатов для обучения тем или иным профессиям, той или иной науке. Неизвестно также, какой уровень и какие умственные способности необходимы для успешной деятельности в определенной области. Остро встают эти вопросы при отборе контингента студентов на факультеты по естественным наукам. Известно, что высокий уровень развития познавательных процессов и характерных особенностей внимания является важным условием деятельности физика, химика, математика.

Существенным условием исследования эффективности учебной деятельности является психологический анализ деятельности студента с точки зрения тех требований, которые предъявляются к его восприятию и вниманию, памяти и мышлению, эмоционально-волевой сфере. Психологические факторы сильно влияют на успеваемость и на умственную работоспособность студента. Эти факторы могут либо содействовать сохранению работоспособности на высоком уровне в течение длительного времени и препятствовать развитию утомления, либо действовать противоположным образом. Человеческая деятельность протекает на фоне психических состояний. Одинаковая результативность в учебной деятельности у разных студентов в одинаковых условиях требует различных нервных усилий, ибо одна и та же работа выполняется разными людьми с неодинаковой затратой нервной энергии, вызывая у одних ярко выраженные, а у других слабо выраженные функциональные сдвиги.

Установлено, что психическая напряженность очень сильно влияет на эффективность учебной деятельности. Это определяется тем, что в напряженных психических состояниях прежде всего выражается "субъективная стоимость" работы для чело-

века. Учебная деятельность протекает в условиях постоянного интеллектуального напряжения, что выражается прежде всего в напряженности внимания. Для деятельности студента характерна высокая ответственность (в ситуации экзамена, например), студент часто должен принимать решение в условиях дефицита времени.

В течение последних десяти лет мы провели психологическое исследование студентов-физиков и химиков, а совместно с Латвийским государственным университетом — исследование учащихся старших классов, которые в школе проявили способность к математике и физике. Конечной целью было улучшить и увеличить контингент людей, желающих поступить на физико-математические специальности и по возможности комплекснее узнать психологические характеристики нынешних студентов.

В первой части исследования принимало участие 603 выпускника средних школ, которые в школе проявили способность к математике и физике. Кроме того, аналогичные измерения проводились со студентами I курса эстонского отделения физики (43 человека). Из шестиста учеников 104 действительно поступили на физмат. За этими испытуемыми мы следили сначала во время индивидуальных опытов, а затем в течение двух лет обучения.

В индивидуальных опытах мы измеряли концентрацию, распределение, объем и устойчивость внимания, оперативную память, время реакции, тремор, частоту пульса, артериальное давление крови.

Коротко о результатах. Школьная успеваемость почти во всех группах выше, чем успеваемость в вузе. Это можно наверняка объяснить новизной обстановки, трудностями адаптации. Заметно также, что успеваемость по общественным предметам выше, чем по физико-математическим.

У девушек, как правило, школьная успеваемость выше, чем у юношей. Однако такая связь в вузе исчезает. Интересно отметить, что у учеников, окончивших русскую среднюю школу успеваемость выше, чем у латышей и эстонцев. Вступительный балл, однако, не коррелирует с этим показателем.

У тех, которые окончили среднюю школу в столице республики, успеваемость в вузе выше, чем у студентов, окончивших

среднюю школу в остальных городах или сельской местности. По нашим данным, девушки волнуются больше, чем юноши. Существенное значение имеет факт, что у тех, кто больше волнуется, концентрация и устойчивость внимания ниже, чем у тех, которые волнуются меньше. Это свидетельствует о том, что эмоциональная напряженность отрицательно влияет на важные в учебной деятельности характеристики внимания.

Концентрация внимания у юношей выше, чем у девушек. Показатель концентрации внимания имеет положительную корреляцию с устойчивостью внимания и оперативной памятью. По нашим данным, объем внимания у мужчин больше, чем у женщин. Распределение и устойчивость внимания также у юношей оказались выше, чем у девушек. Распределение внимания имеет положительную связь с объемом и устойчивостью внимания и отрицательную — со скоростью реагирования. Значит, чем быстрее реагирует человек, тем лучше у него распределение внимания. Устойчивость внимания с возрастом повышается.

Скорость реагирования с возрастом падает. У людей с большой скоростью реагирования концентрация и объем внимания лучше. Кто быстрее реагирует, тот, по нашим данным, в эмоциональной ситуации волнуется меньше. Интересно отметить, что показатель устойчивости внимания имеет значимые коэффициенты корреляции почти со всеми другими характеристиками. Видимо, устойчивость внимания является одним из центральных психологических характеристик.

В результате факторного анализа выделились главные факторы: фактор успеваемости, возраста, устойчивости внимания, объема внимания, общей эмоциональности и памяти.

На основе наших исследований можно сделать следующие выводы:

1. Чтобы успешно учиться по специальностям физики и математики, надо иметь хорошую успеваемость в средней школе.
2. Успеваемость на вышеперечисленных специальностях существенно зависит от уровня психических процессов (оперативной памяти, устойчивости, объема и концентрации внимания), а также от эмоциональной возбудимости студента.
3. Выпускники столичных средних школ успевают в вузе немного лучше, чем выпускники школ других городов.

4. Те ребята, которые уже в ученические годы имели твердое намерение поступить на определенную специальность, успешнее учатся и в средней школе, и в вузе.

Во второй части исследования испытуемыми были студенты-физики и химики III курса, всего 87 человек. Был проведен опыт на слежение, тест Айзенка и проделана корректурная проба. Опыт на слежение проводился трижды: первый раз в середине семестра, второй - непосредственно до экзамена и третий раз - сразу же после экзамена по психологии. Испытуемому давалось задание - удерживать движущуюся на экране осциллографа светящуюся точку на заданном нулевом уровне. Положение точки студент-оператор мог регулировать при помощи рычага потенциометра. Любое отклонение точки от нулевого уровня считалось ошибкой, и сумматор ошибок позволял учитывать эти отклонения и суммировать их. Величина ошибки выражалась численно. Время слежения - 30 секунд. В начале каждого эксперимента студент тренировался, и результаты этого первого опыта не учитывались. Основной эксперимент состоял из трех опытов. После тренировки испытуемому предлагали провести слежение ведущей (у большинства - правая) рукой, затем для более точной оценки действий обеих рук ему же предлагали провести слежение неведущей рукой. Наконец, тому же студенту предлагали повторить слежение ведущей рукой. В конце каждого опыта экспериментатор получал численную величину суммарной ошибки. Таким образом, от каждого студента было получено девять величин суммарной ошибки.

Результаты измерений, а также данные об успеваемости и некоторых других личностных показателях подвергались корреляционному и факторному анализам.

Корреляционный анализ выявил следующие закономерности:

1. Точность слежения за движущимся объектом в обычных условиях у девушек значительно ниже, чем у юношей. То же наблюдается и сразу после экзамена.

2. Выявилась взаимосвязь между национальным фактором и эффективностью работы с корректурной пробой. Здесь результаты студентов из русского потока оказались более высокими. Значит, у русских студентов концентрация и распределение внимания выше.

3. Точность слежения за движущимся объектом у русских студентов была ниже, причем особенно эта разница была заметна в экспериментах, проведенных непосредственно после экзамена. Можно полагать, что экзамен является для них более эмоциогенным фактором.

4. Рассматривая показатели концентрации внимания, можно отметить, что при выполнении работ с корректурными пробами число ошибок было тем больше, чем больше было проверено букв, и наоборот. Это говорит о том, что увеличение темпа умственной работы снижает его качество.

5. Наблюдается зависимость между показателями концентрации внимания и точностью слежения за движущимся объектом. В основном это видно из результатов, полученных до и после экзамена. Чем лучше показатели концентрации внимания, тем лучше результаты слежения.

6. Не удалось обнаружить существенных отличий между результатами слежения ведущей и неведущей руки. По-видимому, этот фактор существенно не влияет на точность выполнения работы.

Нами был собран прибор, позволяющий регистрировать не только суммарные значения ошибок в опытах на слежение и их распределения по амплитудам, но и разделить ошибки по их типу (ошибки опережения и ошибки запаздывания). Суммарные значения ошибок опережения и ошибок запаздывания прибор выдавал в целочисленном виде.

Чтобы получить более полную информацию о характере слежения за движущимся объектом, величины ошибок опережения и запаздывания регистрировались отдельно. Из полученных результатов следует, что студенты допускали гораздо больше ошибок запаздывания, чем опережения.

Итак, наиболее информативными для оценки психологических характеристик студентов естественно-научного профиля оказались в нашем комплексе методики, при помощи которых измерялись показатели концентрации внимания, оперативной памяти и точности слежения.

ГРАФИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ НА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ЭКЗАМЕНАХ 1984 ГОДА В ТГУ

К.Э. Тимпманн, А.Я. Паз

Начиная с 1979 года приемные экзамены по физике в ТГУ проводятся в форме письменного теста. Первые экзаменационные тесты были построены, опираясь на модель уровней усвоения В.П. Беспалько [1]. Соответственно этой модели экзаменационный тест 1979 г. разделили на три части: I – вопросы по выяснению знаний поступающих на уровне идентификации (выбор правильных ответов из приведенных в тесте вариантов); II – вопросы, требующие репродуцирования знаний (формулирование физических законов, определение физических величин и единиц их применения); III – задачи для проверки знаний на уровне их применения в типичных ситуациях.

Следует отметить, что переход к такой форме вступительных экзаменов не был для абитуриентов республики попаданием их в совершенно новую ситуацию, поскольку основой применяемых в школах республики рабочих тетрадей и раздаточных материалов, а также республиканских контрольных работ (составитель доц. Г. Кару) служила концепция об иерархической четырехуровневой структуре усвоения знаний. Преемственность при переходе из школы в вуз учитывалась и в экзаменационных тестах: четвертый уровень усвоения – применение знаний в новых, нетипичных ситуациях, как в общем недоступный в школьных условиях, не содержался и в тесте.

В течение следующих пяти лет составители тестов, сохраняя их общую иерархическую структуру, усиленно работали над усовершенствованием методики опроса – уменьшением моментов формализма, устранением возможностей успешной сдачи экзаменов путем несодержательного, механического заучивания и т.п. В последние годы при составлении тестов особое внимание было обращено на повышение их дифференцирующей способности, в смысле различения абитуриентов с преимущественно репродук-

тивным типом мышления и тех, которые способны работать в вузе действительно продуктивно и творчески.

Традиционным приемом, позволяющим выяснить более способных учащихся, является включение в состав контрольных вопросов задач повышенной трудности (на четвертом уровне системы В.П. Беспалько). Этот прием был использован в 1983 году и на вступительных экзаменах в ТТУ (последнюю задачу третьей части теста можно отнести к применению знаний в новой ситуации).

Новым элементом в экзаменационных тестах 1984 года было включение в их состав нового раздела – графических (конструктивных) задач, инициатором которого был доц. А.Паз. Это было продолжением многолетней работы, проведенной в ТТУ под руководством доц. В. Руттаса. Основываясь на исследовании А.Ф. Эсаулова и на ассоциативно-рефлекторную теорию Ю.А. Самарина, был выработан тест для проверки функциональности знаний студентов. Тест был составлен исключительно на графическом материале по теме "Силовые линии электростатического поля" и проверялся неоднократно во всех вузах республики. Оказалось, что выявленные в тесте уровни представляли собой не только уровни усвоения какого-то конкретного понятия, а уровни функциональности знаний. Об этом свидетельствовало то, что в число представителей высшего уровня входили, как правило, победители школьных и студенческих олимпиад. Некоторые задачи теста имели также высокую дифференциальную способность относительно академической успеваемости [2].

Преимущество графических задач по сравнению с другими состоит в том, что здесь решающий должен трансформировать вербально усвоенные понятия в систему образов, суметь увидеть за законами и формулами сущность явлений и процессов. С этой стороны они родственны качественным задачам, которые не требуют вычислительных операций и с дидактической стороны характеризуются следующим образом. "Задачи такого рода требуют понимания сущности какого-нибудь физического явления, понятия, закона. В количественных (вычислительных) же задачах эти черты часто маскируются математическими действиями, которые ученик должен выполнить. При этом физическое содержание задачи, требующее особого анализа, отступает на задний

план. Ученик, который умеет подставлять в формулу физические данные и совершать вычисления, на самом деле может вовсе не понимать сущность физического явления, понятия" [3, с. 51-52]. С психологической стороны именно в графических задачах отчетливо проявляется трехкомпонентная структура технического мышления, "... в котором понятийные, образные и практические компоненты мыслительной деятельности занимают равноправное место и находятся в сложном взаимодействии между собой" [4, с. 228].

Умение оперировать образами, накопленное при решении таких задач, помогает и в дальнейшем. При помощи схематических рисунков (образов) объективные связи вырисовываются более ясно и отчетливо, чем в конкретных представлениях, где для вычисления их требуется абстрагирование от большого количества несущественных деталей [5].

В психологических исследованиях, направленных на анализ решения задач и на продуктивность мышления, подчеркивается важность образного мышления. Оно дает целостную картину, отражающую сущность задачи, позволяет видеть не только взаимосвязь двух каких-либо признаков, но непосредственно схватить все связи и отношения, ведущие к ответу. Опираясь наглядными образами, обнаруживаются пункты "пересечения" признаков, и соответствующие операции принимают симультанный характер, что сокращает и оптимизирует поиск решения [6, 7].

Из приведенного выше следует, что в учебном процессе в целях более успешного использования знаний следует применять и специальные задачи, развивающие образное мышление. Такие примеры в последние годы имеются и в школьной, и в вузовской практике. В дидактическом материале по физике Л.М. Скрелина предлагаются для самостоятельной работы учеников карточки, где материал изложен в графическом виде [8]. Дается ряд графических задач по разным частям школьной физики [9, 10]. Выпущенный в 1984 году задачник Г.И. Рыбаковой [11] содержит только графические задачи.

В экзаменационных тестах 1984 года были предложены по четыре графических задачи соответственно: по механике, молекулярной физике, электродинамике и оптике. Графические вопросы имелись и в предшествующих тестах. Там их роль ограни-

чивалась идентификацией знаний. Среди нескольких заданных ответов требовалось выбрать правильный.

В 1984 году задачи составлялись иначе – не выбор, а конструирование ответа. Тест состоял из четырех частей, где графические задачи занимали третью часть между определениями и вычислительными задачами.

Результат решения всего теста был 54%. Отдельных частей соответственно: 63% первой, 64,5% второй, 52% третьей и 44% четвертой, учитывая количество возможных баллов по частям теста.

В дальнейшем остановимся на решении графических задач.

В механике встречались задачи по кинематике и статике. Задачи по кинематике были построены на умении читать и трансформировать графики скорости и движения. Предполагалось сравнение графиков, трансформация процесса заданного на графике движения на график скорости, и наоборот. Умение высчитать с графика скорости пройденный путь и с графика движения скорость в данный момент времени. Задачи требовали хорошего понимания равномерного и равноускоренного движения, умения применять знания в конкретных ситуациях и анализировать процессы. Низкий результат (36%) объясняется тем, что большинство приведенных задач не встречается в школьном учебнике и в сборнике задач. Лиц репродуктивного типа мышления эти задачи застали врасплох.

Задачи по статике ставили целью найти уравновешивающую силу или моменты силы. Подобные задачи по уравновешиванию моментов сил вращающихся систем встречались и в тестах 1983 года, чем объясняется высокий результат решения – 72%.

По молекулярной физике и термодинамике задачи в основном были построены на трансформации графиков термодинамических процессов, изображенных в одной системе координат в другую. Такие задачи встречаются и в прошлогодних тестах, чем и обусловлен 62%-ный результат решения их. В четырех тестах нужно было найти давление жидкости в данной точке и определить направление вектора силы давления. 52%-ный результат нельзя считать плохим. Трудно только объяснить расхождение результатов в разных тестах – от 20% до 83%, хотя задача в основном была та же. В итоге результат решения графических

ческих задач по молекулярной физике самый высокий - 60%.

Основная часть графических задач по электродинамике была связана с изображением силовых линий или вектора напряженности электростатического поля. Анализ показал, что как в тестах Руттаса, так и здесь отвечающие часто отождествляют эти два понятия. Хотя именно эти задачи очень тесно связаны с вычислительными задачами, и этот материал в школьной физике имеет значительный объем; результат (51%) позволяет сказать, что общее понятие "электростатическое поле" многими абитуриентами содержательно не усвоено. Еще хуже обстоит дело с графиками, характеризующими законы Ома и электромагнитной индукции - 19%. Особенно эффектно на этих примерах графические задачи показывают функциональность знаний, ибо вычислительные задачи по этим темам решаются обычно успешно - 53,5% в 1984 году. Эти задачи решаются по алгоритму и не требуют особого проникновения в глубь сущности явления, чего нельзя сказать о графических задачах.

Самые низкие результаты поступающие показали по оптике - 43%. Спрашивали ход лучей в линзах и в призме. Сразу бросается в глаза, что лучшие результаты дали для конструкций, которые встречаются в учебнике. На вопрос о ходе лучей в призме было 65% правильных ответов. Хорошо умели конструировать и ход центральных лучей в собирающей линзе. В случаях, когда точечный источник света находился на оптической оси или по ходу данного луча надо было конструировать ход другого луча, результат был только 12%. По результатам решения графических и вычислительных задач (20%) по линзам выясняется, что, исключая редкие случаи, у данного контингента полностью отсутствует умение применять знания в новых ситуациях, и основные понятия геометрической оптики усвоены только на репродуктивном уровне.

Возникает вопрос, сумели ли поступающие, решившие эти графические задачи с максимальным баллом, показать хорошие результаты и по другим частям теста? В табл. I мы разделили эти лица по полученным баллам на четыре группы соответственно: А - имеющие слабый результат; Б - имеющие результат ниже среднего, но выше первой группы; В - с результатом выше среднего, но ниже четвертой группы; Г - показавшие максимальный результат.

Таблица I

часть теста \ Группы	A	B	B	Г
Вопросы на выбор	6%	12%	44%	38%
Определения	6%	12%	25%	57%
Граф. задачи	-	6%	13%	81%
Вычислит. задачи	6%	6%	25%	63%
Тест полностью	6%	12%	19%	69%

Распределение результатов позволяет полагать, что поступающие, входящие в эту группу, выделяются среди других высоким умением продуктивно применять свои знания. Их знания характеризуются не только большим объемом, но и их функциональностью.

Были ли все тесты скомплектованы графическими задачами одинаковой сложности? Сравнение решаемости третьих частей разных тестов покажет большую расхожимость результатов. Здесь надо учитывать то, что на разных отделениях имеется и разный конкурс, что в какой-то мере влияет и на результаты. Сильное влияние на результаты оказывает также будущая специальность и порядковый номер экзамена по физике в расписании экзаменов.

Таблица 2

Отделение \ Результаты частей теста (в %)	III	IV	V
Физическое*	78	63	70
Лечебное (русское)*	66	47	56,6
Химическое	50	42,7	53,8
Педиатрическое*	60,4	34	52,6
Лечебное (эстонское) и стоматологическое*	40,3	45,8	52,2
Математическое	56	36,7	49

Продолжение табл. 2

	III	IV	У
Фармацевтическое	58	24,7	48
Геологическое	45,5	38	45

Примечание: * Означает, что физика была первым или вторым экзаменом.

В таблице 2 приведены результаты решения графических (III), вычислительных (IV) задач и общих итогов (У) в процентах по разным отделениям.

Можно сравнить разные тесты в рамках одного отделения, и тут расходимость результатов значительна. На эстонском лечебном отделении она колеблется от 24% до 49%. Отметим также, что будущие фармацевты и геологи отвечали по одному и тому же тесту.

Попытаемся теперь сравнить результаты графических (III) и вычислительных (IV) задач. Приведем сначала сравнительную табл. 3 по разделам физики.

Таблица 3

раздел физики	результаты час- тей теста (в %)	III часть	IV часть
Механика		56	41
Молекулярная физика и термодинамика		60	43
Электродинамика		47	47
Колебания и волны и оптика		43	38
Вообще		52	44

Высокие результаты решения графических задач по механике и термодинамике свидетельствуют о том, что изданные в предыдущие годы вступительные тесты имеют большую обучающую силу, т.е. значительно лучше результаты решения таких типов за-

дач, которые встречались и в тестах предшествующих лет. По электродинамике и оптике графические задачи встречались впервые. Судить о связи между графическим материалом и решением задач приведенная таблица не позволяет. Это можно делать только на одном и том же конкретном материале.

Вступительные тесты позволяют искать связи между графическими и вычислительными задачами только на общем уровне. Представим это в виде графы (рис. I), где все верхние линии в соответствующих группах представляют результаты в процентах выше среднего, а нижние – ниже среднего значения.

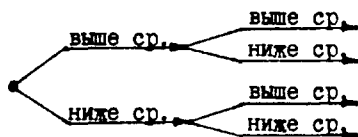


Рис. I.

На рис. 2 сравним процентное распределение решающих по графическим и вычислительным задачам относительно общего результата всего теста.

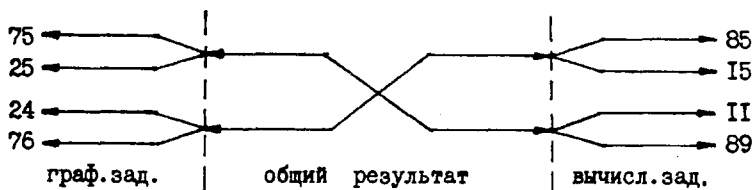


Рис. 2.

Из рисунка вытекает, что вычислительные задачи дифференцируют контингент лучше, чем графические задачи, но распределение результатов в общем плане имеет одинаковую тенденцию.

Рассмотрим распределение отвечающих более подробно на рис. 3.

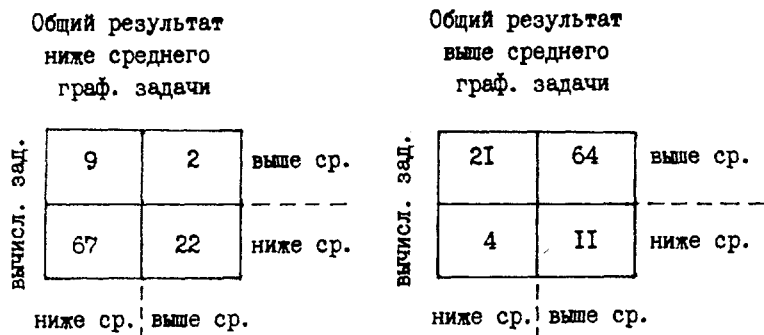


Рис. 3.

Схема подтверждает тесную связь между результатами решения вычислительных и графических задач. Из группы слабых 67% абитуриентов показали результаты ниже среднего в обеих частях теста, а из группы сильных 64% – выше среднего результата как в третьей, так и в четвертой части теста.

Приведенные данные позволяют разделить абитуриентов на три почти равные группы, где среди сильных и слабых имеется прямая связь по результатам решения графических и вычислительных задач. Для группы слабых графические задачи оказались более доступными, чем вычислительные. Объяснить это можно, исходя из двух аспектов: 1) различие результатов в третьих частях тестов больше, чем в четвертых; 2) наличие общего слабого контингента на некоторых отделениях, не имеющих конкурса.

Вяясним на рис. 4, в какую сторону связь между графическими и вычислительными задачами является более сильной.

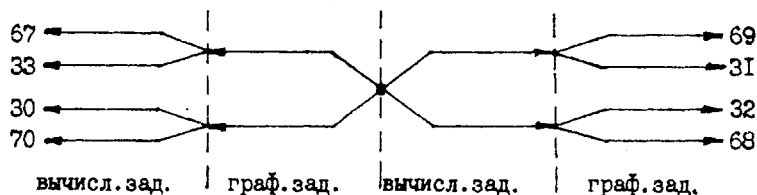


Рис. 4.

На левой стороне графы дана связь результатов решения вычислительных задач относительно графических, на правой — графических относительно вычислительных. Можно заметить, что среди сильных абитуриентов умение решать вычислительные задачи определяет и значение графического материала, а среди слабых неумение графического материала определяет и слабую решаемость вычислительных задач.

Более сильной становится связь в экстремальных группах, когда сравним получивших минимальные или максимальные результаты в обеих частях теста (рис. 5). Количество таких абитуриентов 87.

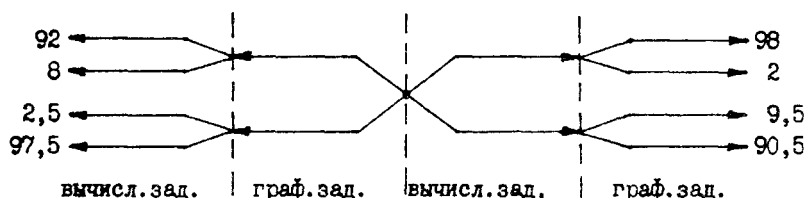


Рис. 5.

Подтверждается предположение, что умение оперировать графическим материалом является предпосылкой как успешного решения задач, так и продуктивного мышления. Также, чтобы повысить общий уровень обученности слабого контингента, определенную роль нужно отвести наглядному материалу. Надо обучать так, чтобы в единстве выступали понятийные, образные и практические компоненты мыслительной деятельности.

Экзаменационный тест 1984 года больше соответствует требованиям высшей школы, чем предшествующие. Тест позволяет выявить среди абитуриентов лиц, имеющих продуктивный тип мышления. Если в предыдущих тестах в основном проверяли объем знаний, то здесь помимо того проверяется и функциональность знаний. Анализ решения графических задач позволяет утверждать, что при помощи наглядного материала можно успешно контролировать усвоенность системы понятий. Распространение тестов в школах республики повышает общий уровень знаний абитуриентов.

Ознакомление с итогами вступительных экзаменов в определенной мере может помочь преподавателям вуза выбирать соответствующую методику преподавания физики для конкретной специальности.

Литература

1. Беспалько В.П. Программированное обучение. М., 1970.
2. Руттас В.И., Тынниссон Л.Т. Функциональность знаний как показатель эффективности обучения. - Проблемы высшей школы. Вып. 2. Тарту, 1978, с. 73-81.
3. Хендре Я.М. Организация решения физических задач в школе. - В кн.: Новые методы обучения решению задач по физике. Таллин, 1981, с. 44-58.
4. Кудрявцев Т.В. Психология технического мышления. М., 1975.
5. Якиманская И.С. Образное мышление и его место в обучении. - Советская педагогика, 1968, № 12, с. 62-71.
6. Гурова Л.Л. Психологический анализ решения задач. Воронеж, 1976.
7. Калмыкова З.И. Продуктивное мышление как основа обучаемости. М., 1981.
8. Скрелин Л.И. Дидактический материал по физике: 8 класс. М., 1979.
9. Лукьянов Ю.И. Графические задачи. - Физика в школе, 1984, № 5, с. 70-71.
10. Фурсов В.К. Графические задачи. - Физика в школе, 1984, № 5, с. 71-73.
11. Рыбакова Г.И. Сборник задач по общей физике. М., 1984.

Содержание

П.Г. Кард Против вульгаризации второго постулата теории относительности	4
З.Н. Бихеле, Г.А. Бихеле. К дискуссии о силах инерции	10
К.Я. Шульцс. О температурном коэффициенте сопротивления	18
А.А. Гаврилов, П.Л. Кукк. О понятии напряжения на участке электрической цепи в курсе общей физики ...	21
М.Р. Лаан, П.П. Парис. Определение температуры газовой среды при помощи интерферометра Майкельсона ...	27
Ю.Я. Лембра. Некоторые методические приемы при преподавании атомной физики УШ.	32
О.В. Сакс. Об одной воображаемой модели атома гелия	40
П.Л. Кукк, Р.-К.Р. Лойде. Наиболее вероятное распределение идентичных частиц по квантовым состояниям	51
Н.Н. Кристофель. Простейший пример расчета частоты локального колебания в курсе теории твердого тела	58
Н.Н. Кристофель. Электроны на взаимодействующих под решетках кристалла - модельная задача для иллюстрации метода двухвременных квантовых функций Грина	64
Л.А. Пунг. Изучение эффекта Мёссбауэра в физическом практикуме	75
А.Э. Виссел, М.Р. Лаан. Использование микрокалькулятора "Электроника МК 64" в практикуме по общей физике	78
М.М. Соминский. Рубежный контроль знаний студентов-вечерников по физике	86
Э.Ю. Пунг. О психологическом исследовании студентов естественно-научного профиля	88
К.Э. Тимпманн, А.Я. Паз. Графические задачи на вступительных экзаменах 1984 года в ТГУ	93